1. Sia

$$A = \left\{ \frac{7}{1-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2n}\right)},\ n \in \mathbf{Z}^+ \right\}.$$

Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: min A=7; max A $= 7(2+\sqrt{2})$ $\boxed{\text{B}}$: min A=7; sup A $= +\infty$ $\boxed{\text{C}}$: min A=14; sup A $= +\infty$ $\boxed{\text{D}}$: min A=14; max A $= 7(2+\sqrt{2})$ $\boxed{\text{E}}$: min A=0; sup A $= +\infty$ $\boxed{\text{F}}$: min A=0; max A $= 7(2+\sqrt{2})$

---

2. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $\operatorname{Re}\Big(2z\,|z|^2 + |z|\,\overline{z}^{\,2} - 2\overline{z}\,z^2\Big) = 0$ è rappresentato

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: dall'unione di una retta e di un punto $\boxed{\text{B}}$: dall'unione di una circonferenza e di un punto $\boxed{\text{C}}$: dall'unione di due rette $\boxed{\text{D}}$: da una circonferenza $\boxed{\text{E}}$: dall'unione di una retta e una parabola $\boxed{\text{F}}$: dall'unione di una retta e una circonferenza

---

3. Il numero complesso $\frac{1}{4}\Big(3-3i\Big)^4 \left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: -3^4 $\boxed{\text{B}}$: 3^4 $\boxed{\text{C}}$: 6^4 $\boxed{\text{D}}$: $3^4 i$ $\boxed{\text{E}}$: $6^4 i$ $\boxed{\text{F}}$: $\frac{1}{4}$

---

4. Il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^{n+1}+7n!}{(n+2)^n\cdot(7n+\sin n)}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $2e^{-7}$ $\boxed{\text{B}}$: $\frac{e^2}{7}$ $\boxed{\text{C}}$: $\frac{e^{-3}}{7}$ $\boxed{\text{D}}$: 0 $\boxed{\text{E}}$: $\frac{e^{-2}}{7}$ $\boxed{\text{F}}$: $+\infty$

---

5. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$. Sia $\{a_n\}_{n\in\mathbf{N}}$ la successione definita da: $a_0 = \alpha,\quad a_{n+1} = \arctan\left(\frac{a_n}{2}\right),\quad \forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: per $\alpha < 0$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha \geq 0$ $\{a_n\}$ è non crescente e $\lim_n a_n = 0$; $\boxed{\text{B}}$: per $\alpha < 0$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha \geq 0$ $\{a_n\}$ è non decrescente e $\lim_n a_n = 0$; $\boxed{\text{C}}$: per $\alpha \leq 0$ $\{a_n\}$ è non decrescente e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha > 0$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = \frac{\pi}{2}$; $\boxed{\text{D}}$: per $\alpha < 0$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = -\frac{\pi}{2}$; per $\alpha \geq 0$ $\{a_n\}$ è non crescente e $\lim_n a_n = 0$; $\boxed{\text{E}}$: per $\alpha < 0$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha = 0$ $\{a_n\}$ è costante e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha > 0$ $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = \frac{\pi}{2}$; $\boxed{\text{F}}$: per $\alpha < 0$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = -\frac{\pi}{2}$; per $\alpha = 0$ $\{a_n\}$ è costante e $\lim_n a_n = 0$; per $\alpha > 0$ $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$;

---

6. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = |x| + \frac{2}{3}\log(1+3\cos^2 x).$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $dom(f) = \mathbf{R}$ (b) $dom(f) = \mathbf{R}\setminus\{\frac{\pi}{2}+k\pi\,, k\in\mathbf{Z}\}$ (c) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ (d) f è pari (e) f è periodica di periodo 2π (f) f ammette la retta di equazione $y = x + \frac{2}{3}$ come asintoto obliquo per $x \to +\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a d $\boxed{\text{B}}$: b d e $\boxed{\text{C}}$: c f $\boxed{\text{D}}$: a c d $\boxed{\text{E}}$: b d f $\boxed{\text{F}}$: a c

---

7. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 6. Delle seguenti affermazioni

(a) $dom f' = dom f$ (b) $dom f' = dom f \setminus \{0\}$ (c) f è crescente in $]0, \frac{\pi}{4}[$ (d) f è decrescente in $]\frac{\pi}{2}, \pi[$ (e) $x = 0$ è un punto angoloso per f (f) $x = 0$ è un punto di cuspide per f

le uniche corrette sono

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: a c d e $\boxed{\text{B}}$: a c f $\boxed{\text{C}}$: b c f $\boxed{\text{D}}$: b c d e $\boxed{\text{E}}$: a d f $\boxed{\text{F}}$: b c e

8. Il limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{4\log(1+x) - 2x(2-x)}{\sinh x\, \cos x - x}$$

vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 2 $\boxed{\text{B}}$: -2 $\boxed{\text{C}}$: -4 $\boxed{\text{D}}$: 6 $\boxed{\text{E}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{F}}$: 0

---

9. Sia $f : [0, 2\pi] \longrightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\exp\left(\dfrac{1}{x - \frac{\pi}{2}}\right) + 7\dfrac{\sin x}{|x - \pi|} & \text{se } x \neq \frac{\pi}{2} \text{ e } x \neq \pi \\ 2 & \text{se } x = \frac{\pi}{2} \text{ o } x = \pi. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x = \frac{\pi}{2}$ è un punto di infinito, $x = \pi$ è un punto di discontinuità di seconda specie $\boxed{\text{B}}$: $x = \frac{\pi}{2}$ è un punto di infinito, $x = \pi$ è un punto di salto $\boxed{\text{C}}$: $x = \frac{\pi}{2}$ è un punto di salto, $x = \pi$ è un punto di infinito $\boxed{\text{D}}$: $x = \frac{\pi}{2}$ è un punto di salto, $x = \pi$ è un punto di discontinuità di seconda specie $\boxed{\text{E}}$: $x = \frac{\pi}{2}$ è un punto in cui f è continua, $x = \pi$ è un punto di salto $\boxed{\text{F}}$: $x = \frac{\pi}{2}$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = \pi$ è un punto in cui f è continua

---

10. Sia $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = |\arctan(x-7)^3|.$$

Allora per f

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $x = 7$ è un punto angoloso ed è un punto di minimo $\boxed{\text{B}}$: $x = 7$ è un punto di flesso a tangente verticale $\boxed{\text{C}}$: $x = 7$ è un punto di cuspide ed è un punto di massimo $\boxed{\text{D}}$: $x = 7$ è un punto in cui f è derivabile ed è un punto di minimo $\boxed{\text{E}}$: $x = 7$ è un punto di cuspide ed è un punto di minimo $\boxed{\text{F}}$: $x = 7$ è un punto angoloso ed è un punto di massimo

---

. . . .

Cognome e nome   Firma

Corso di Laurea: ♢ per l'ambiente e il territorio ; ♢ dell'automazione industriale; ♢ civile;

♢ dell'informazione; ♢ dei materiali; ♢ meccanica.

Analisi Matematica A   5 luglio 2004   Compito 1

Istruzioni. 1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, scrivere cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata e segnare il corso di laurea.
2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
3. PUNTEGGI: risposta esatta $= +3$; risposta sbagliata $= -0.5$; risposta non data $= 0$.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE solo questo foglio.
6. TEMPO a disposizione: 135 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F

6.	7.	8.	9.	10.
A	A	A	A	A
B	B	B	B	B
C	C	C	C	C
D	D	D	D	D
E	E	E	E	E
F	F	F	F	F