

1. Data la successione  $\{a_n\}$ ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$  significa

Risp.: **A**:  $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad |a_n| \leq \varepsilon$  **B**:  $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq \varepsilon$  **C**:  $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq -\varepsilon$  **D**:  $\forall \varepsilon > 0 \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad |a_n| > \varepsilon$  **E**:  $\exists \varepsilon > 0 : \exists m \in \mathbb{N} : \forall n \geq m \quad a_n \leq \varepsilon$  **F**:  $\forall \varepsilon > 0 \forall m \in \mathbb{N} \exists n \geq m : a_n > \varepsilon$

2. Sia  $f \in C^1(\mathbb{R})$  tale che  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -7$ . Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono:

(a) esiste  $c \in \mathbb{R}$  tale che  $f(c) = 0$  (b) esiste  $c \in \mathbb{R}$  tale che  $f'(c) = 0$  (c)  $f$  non ammette punti angolosi (d)  $f$  ammette almeno un punto di cuspidè (e)  $f \in C^2(\mathbb{R})$  (f)  $f$  è decrescente

Risp.: **A**: a, c **B**: a, b **C**: b, c **D**: e, f **E**: c, e **F**: a, f

3. Sia  $A = \{n(n-3), n \in \mathbb{N}\}$ . Allora

Risp.: **A**:  $\min A=0; \sup A = +\infty$  **B**:  $\min A=-3; \sup A = 3$  **C**:  $\min A=-2; \sup A = +\infty$  **D**:  $\inf A=-\infty; \sup A = +\infty$  **E**:  $\inf A=0; \sup A = 3$  **F**:  $\min A=-2; \sup A=3$

4. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \exp(1/x^2) & \text{se } x < 0 \\ x \arctan \frac{1}{x-1} & \text{se } x \geq 0 \text{ e } x \neq 1 \\ \frac{\pi}{2} & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Allora per  $f$

Risp.: **A**:  $x = 0$  è un punto di salto,  $x = 1$  è un punto di discontinuità di seconda specie **B**:  $x = 0$  è un punto di discontinuità eliminabile,  $x = 1$  è un punto di infinito **C**:  $x = 0$  è un punto di infinito,  $x = 1$  è un punto di discontinuità di seconda specie **D**:  $x = 0$  è un punto di infinito,  $x = 1$  è un punto di salto **E**:  $x = 0$  è un punto di discontinuità eliminabile,  $x = 1$  è un punto in cui è continua **F**:  $x = 0$  è un punto di salto,  $x = 1$  è un punto di discontinuità eliminabile

5. L'insieme degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che  $i|z|^2 + 7iz + 7\bar{z} \in \mathbb{R}$  è dato da

Risp.: **A**: una semicirconferenza **B**: una semiretta **C**: una circonferenza **D**: l'unione di due rette **E**: l'unione di una retta e una circonferenza **F**: una parabola

6. Il numero complesso  $(1-i)^7$  vale

Risp.: **A**:  $8(1+i)$  **B**:  $16(1-i)$  **C**:  $32(-1-i)$  **D**:  $8(2-i)$  **E**:  $16(1+2i)$  **F**:  $32(1+2i)$

7. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\exp(2x) - \tan(2x) - \cos(2x)}{x^2 + x \sin(7x^2)}$$

vale

Risp.: **A**:  $-\frac{3}{2}$  **B**: 1 **C**: 2 **D**: 0 **E**: -2 **F**: 4

8. Per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2) + x^{5/2}}{\exp(7x) + 1} & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x(\exp(x^\alpha) - 1)}{(x - \arctan x)^2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

è continua in  $\mathbb{R}$ ?

Risp.: **A**:  $\alpha \geq 2$  **B**:  $\alpha > 5$  **C**:  $\alpha < 5$  **D**:  $\alpha > 1$  **E**:  $\alpha \geq 1$  **F**:  $\alpha < 2$

9. Quale/i delle seguenti successioni ammette almeno una sottosuccessione convergente?

$$a_n = n^2 \sin \frac{1}{n}, \quad b_n = \frac{(n)^{1/n} n!}{(2n)^n}, \quad c_n = \frac{\sin n^7}{3 + \cos n}$$

Risp.: **A** :  $a_n$  e  $c_n$    **B** :  $a_n$  e  $b_n$    **C** :  $a_n$    **D** :  $b_n$    **E** :  $b_n$  e  $c_n$    **F** :  $c_n$

10. Sia  $f$  la funzione definita da

$$f(x) = \sqrt{1+2x} - \arcsin x.$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a)  $\text{dom}(f) = [-1, 1]$    (b)  $\text{dom}(f) = [-1/2, +\infty[$    (c)  $\text{dom}(f) = [-1/2, 1]$    (d)  $f$  è continua nel suo dominio   (e)  $f$  è limitata

Risp.: **A** : c, d, e   **B** : a, e   **C** : d, e   **D** : b, d   **E** : c, e   **F** : c, d

11. Sia  $f$  la funzione definita nell'esercizio n. 10. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a)  $f$  è decrescente   (b)  $f$  ha un punto di massimo assoluto in  $x = 0$    (c)  $f$  ha un punto di minimo relativo in  $x = -1/2$    (d)  $f$  è derivabile nel suo dominio   (e)  $f$  presenta un punto di cuspidè   (f)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = -\infty$

Risp.: **A** : a, d   **B** : b, d   **C** : b, c, f   **D** : b, e, f   **E** : b, e   **F** : c, e, f

12. Sia  $f$  la funzione definita da

$$f(x) = x \exp\left(\frac{1}{1+x}\right).$$

Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a)  $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$    (b)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  esiste finito   (c)  $f$  ammette la retta di equazione  $y = 1$  come asintoto orizzontale   (d)  $f$  ammette la retta di equazione  $y = x$  come asintoto obliquo   (e)  $f$  ammette la retta di equazione  $y = x + 1$  come asintoto obliquo

Risp.: **A** : a, b, e   **B** : b, c   **C** : b, e   **D** : a, d   **E** : a, e   **F** : c

13. Sia  $f$  la funzione definita nell'esercizio n. 12. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a)  $f$  è crescente in  $] -\infty, -1[$    (b)  $f$  è crescente in  $] -1, +\infty[$    (c)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x) = 1/2$    (d)  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f'(x) = 0$    (e)  $f$  ha un flesso in  $x = -2$    (f)  $f$  ha un flesso in  $x = 1$

Risp.: **A** : a, b, d, e   **B** : a, b, f   **C** : b, c, e   **D** : b, e   **E** : a, c, f   **F** : a, b, d

14. Siano  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  e  $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$  la successione definita da:  $a_0 = \alpha$ ,  $a_{n+1} = 2^{-1/a_n}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ . Allora

Risp.: **A** :  $\{a_n\}$  è decrescente e  $\lim_n a_n = 1$    **B** :  $\{a_n\}$  è decrescente se  $\alpha \leq 1$  e crescente se  $\alpha > 1$    **C** :  $\{a_n\}$  è crescente e  $\lim_n a_n = +\infty$    **D** :  $\{a_n\}$  è decrescente e  $\lim_n a_n = 0$    **E** :  $\{a_n\}$  è crescente e  $\lim_n a_n = 0$    **F** :  $\{a_n\}$  non è monotona

15. Sia  $m \in \mathbb{R}$ . Allora

$$\sqrt{\arctan(3x) + 1} \leq mx + 1 \quad \forall x \geq 0$$

se e solo se

Risp.: **A** :  $m \geq 3$    **B** :  $m \geq \frac{1}{2}$    **C** :  $m \geq \frac{5}{2}$    **D** :  $m < \frac{3}{2}$    **E** :  $m \geq \frac{3}{2}$    **F** :  $m < \frac{5}{2}$

Cognome e nome

Firma  
**FACOLTA' DI INGEGNERIA**  
RAPPRESENTANTI DEGLI STUDENTI  
**ATTO PRIMO**

Analisi Matematica MODULO A

- Istruzioni.
1. COMPILARE la parte soprastante la prima riga continua. In particolare, riportare cognome e nome *in stampatello* e la firma sopra la riga punteggiata.
  2. SEGNARE nelle due tabelle riportate in questa pagina, in modo incontrovertibile, la lettera corrispondente alla risposta scelta per ognuna delle domande riportate nel foglio allegato; in caso di correzione, apporre un "SI" vicino alla risposta scelta.
  3. PUNTEGGI: quesiti 1-12: risposta esatta = +2; risposta sbagliata = -0.5; risposta non data = 0.  
quesiti 13-15: risposta esatta = +3; risposta sbagliata = -1; risposta non data = 0.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
  5. CONSEGNARE solo questo foglio.
  6. TEMPO a disposizione: 150 min.

Risposte relative ai fogli allegati.

1.	2.	3.	4.	5.	6.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

7.	8.	9.	10.	11.	12.
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F

13.	14.	15.
A	A	A
B	B	B
C	C	C
D	D	D
E	E	E
F	F	F