

•  $\sum_{k=0}^{\infty} k \rightarrow a_k = k$  termine generale

costruisco la succ delle somme parziali  $S_m = \sum_{k=0}^m k =$

somma dei primi  $m$  numeri naturali

Gauss :  $S_m = \sum_{k=0}^m k = \frac{m(m+1)}{2}$

$(S_5 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15)$

$\lim_{m \rightarrow \infty} S_m = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m(m+1)}{2} = +\infty$

la succ delle somme parziali diverge  $\equiv \sum_{k=0}^{\infty} k$  diverge

Voglio dire che  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$

si utilizza il principio di induzione

$P(n) \equiv \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$  devo dimostrare che è vero  $\forall n \in \mathbb{N}$

$m_0 = 0$  ,  $P(m_0) \equiv \underbrace{\sum_{k=1}^0 k}_0 = \frac{0(0+1)}{2}$  vero (1° ip del princ. di induzione)

2° ipotesi , suppongo che  $P(n)$  sia vera , cioè

$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$  , ora dimostro che anche  $P(n+1)$  è vera

$P(n+1) \equiv \sum_{k=1}^{n+1} k = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$  (ho solo scritto chi è  $P(n+1)$  non ho ancora detto che è vero)

Verifico :  $\sum_{k=1}^{n+1} k = \underbrace{\sum_{k=1}^n k}_{P(n)} + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1) =$

$$= (n+1) \left( \frac{n}{2} + 1 \right) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

ho dimo che  $P(n+1)$   
è vero

Anche la 2<sup>a</sup> ipotesi del principio di induzione è vera -  
Grazie al principio di induzione si ha che

$$P(n) \text{ è vero } \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k$$

$a_k = (-1)^k$  termine generale

$$? S_n = \sum_{k=0}^n (-1)^k$$

$$S_0 = \sum_{k=0}^0 (-1)^k = (-1)^0 = 1$$

$$S_1 = \sum_{k=0}^1 (-1)^k = (-1)^0 + (-1)^1 = 0$$

$$S_2 = \sum_{k=0}^2 (-1)^k = (-1)^0 + (-1)^1 + (-1)^2 = 1$$

⋮

$$S_n = \begin{cases} 1 & \text{se } n \text{ è pari} \\ 0 & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$



$S_n$  è indeterminata

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \text{ è indeterminata.}$$















