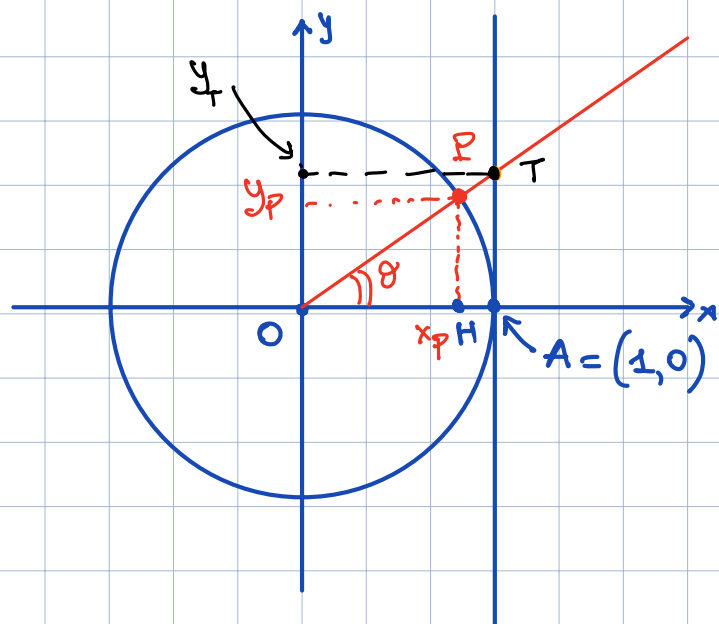


FUNZIONI GONIOMETRICHE



Def

$$\sin(\theta) = y_p$$

$$\cos(\theta) = x_p$$

$$\tan(\theta) = y_T$$

$$P \in \text{cir} \quad x^2 + y^2 = 1$$

$$\Downarrow$$

$$x_p^2 + y_p^2 = 1$$

$$\boxed{\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1}$$

Relazione fondamentale
della goniometria

Il triangolo $\triangle TOA$ e il triangolo $\triangle POH$ sono simili

$$\Rightarrow \overline{TA} : \overline{PH} = \overline{OA} : \overline{OH}$$

$$y_T : y_p = 1 : x_p$$

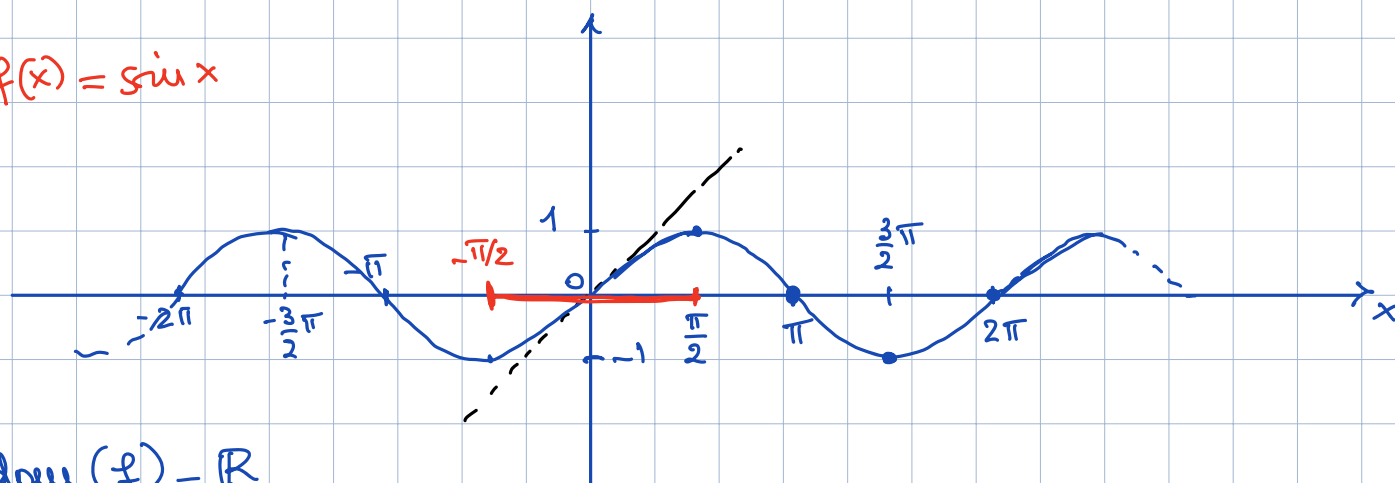
$$\tan \theta : \sin \theta = 1 : \cos \theta$$

$$\frac{\tan \theta}{\sin \theta} = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}}$$

come variano $\sin \theta = \sin(\theta)$ e $\cos \theta$

$$f(x) = \sin x$$



$$\text{dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{im}(f) = [-1, 1]$$

$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ è suriettiva
ma non è iniettiva

per ottenere l'unicità riduco il dominio a $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

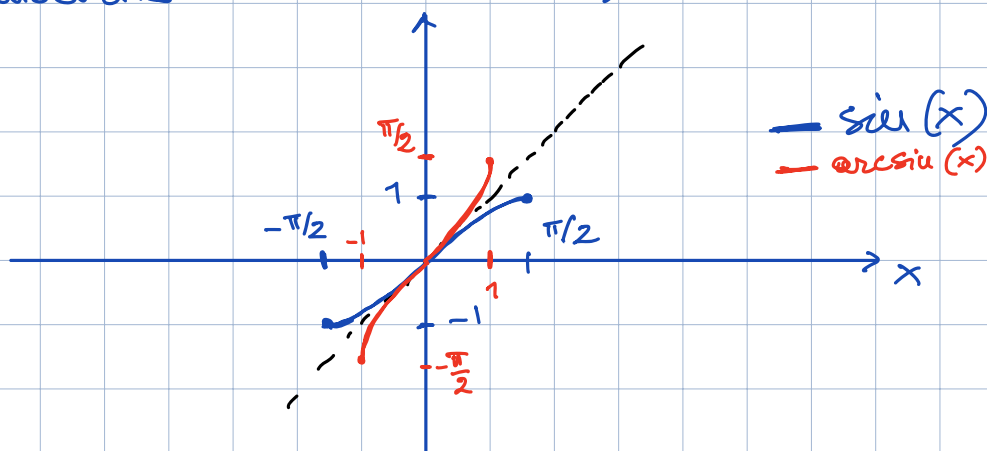
Ora prendo $f(x) = \sin(x)$ $f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$

qui f è sur e iniett $\Rightarrow$ è biunivoca e posso costruire la funzione

$$f^{-1}(x) = \arcsin(x) \quad \text{arcoseno}$$

$y = \arcsin(x)$ vuol dire che y è l'angolo (o arco) tale che $x = \sin(y)$ (è l'angolo che ha x come sin)

? $\arcsin(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\pi}{4}$ dove $(f^{-1}) = \text{im}(f) = [-1, 1]$
 $\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$ $\text{im}(f^{-1}) = \text{dom}(f) = [-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}]$
non c'è periodicità



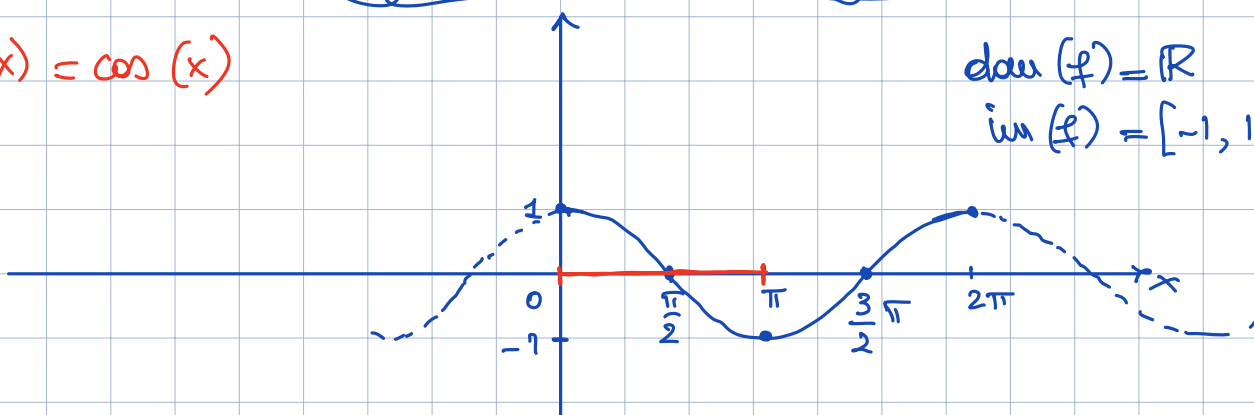
Es ? dominio di $f(x) = \arcsin(x-2)$

dovrà avere $(x-2) \in [-1, 1]$

$$\begin{array}{ccc} -1 & \leq & x-2 & \leq & 1 \\ +2 & & +2 & & +2 \\ \hline 1 & \leq & x & \leq & 3 \end{array}$$

$f(x) = \cos(x)$

dove $(f) = \mathbb{R}$
 $\text{im}(f) = [-1, 1]$



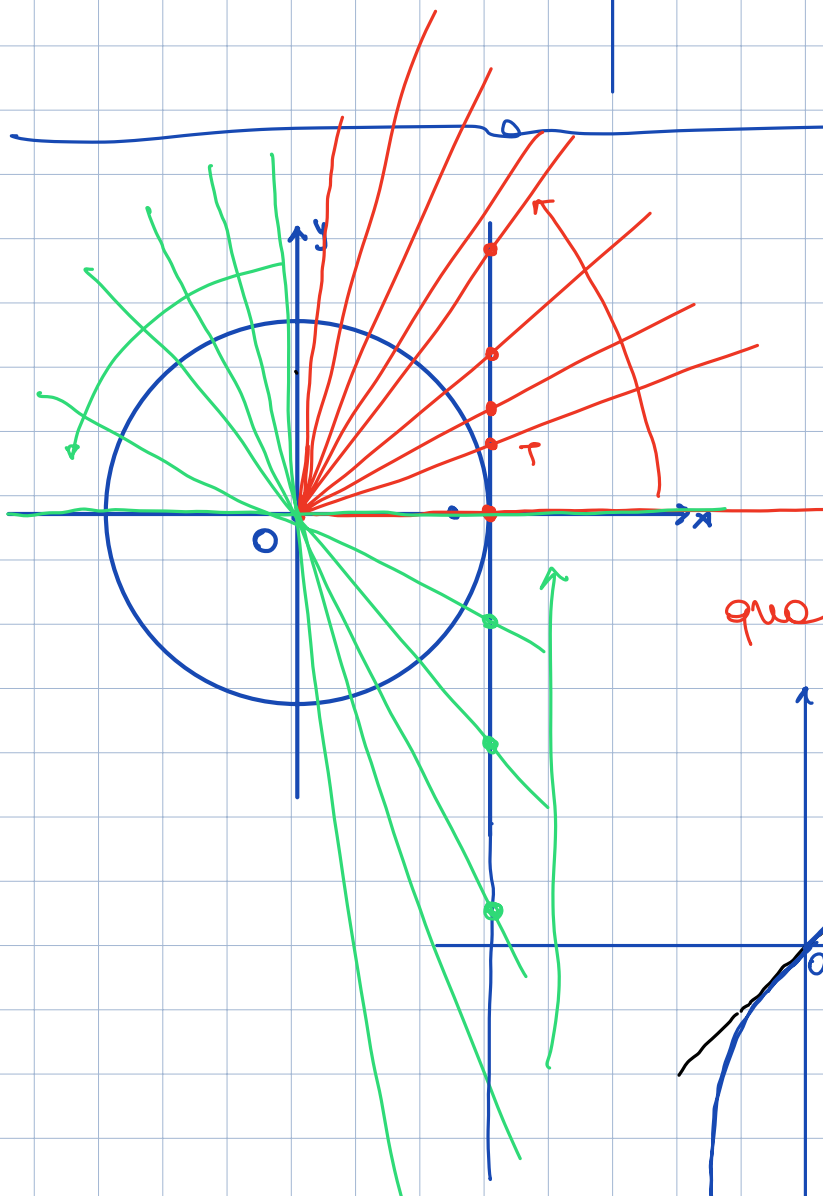
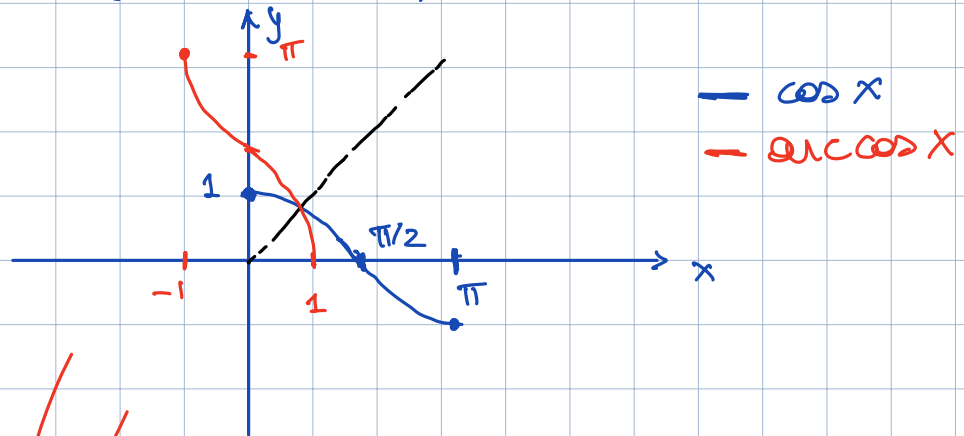
$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ è suriettiva, ma non iniettiva.
 Per renderla iniettiva restringo il dominio a $[0, \pi]$

$f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$ è ^{sur} iniett $\Rightarrow$ è biunivoca $\Rightarrow \exists$ inversa

$$y = f^{-1}(x) = \arccos(x)$$

y è l'angolo il cui coseno è x
 cioè $x = \cos(y)$

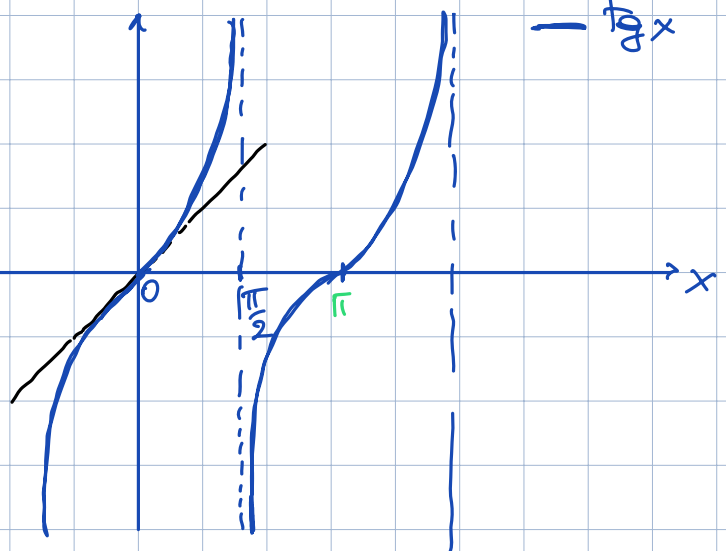
$$\text{dom}(f^{-1}) = \text{im}(f) = [-1, 1], \quad \text{im}(f^{-1}) = \text{dom}(f) = [0, \pi]$$



$$\theta = 0 \quad r = r \quad \text{tg } \theta = 0$$

$$\text{quando } \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{tg } \theta = y_r \rightarrow +\infty$$

$$\text{--- } \text{tg } x$$



$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \text{ con } k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$\text{im}(f) = \mathbb{R}$$

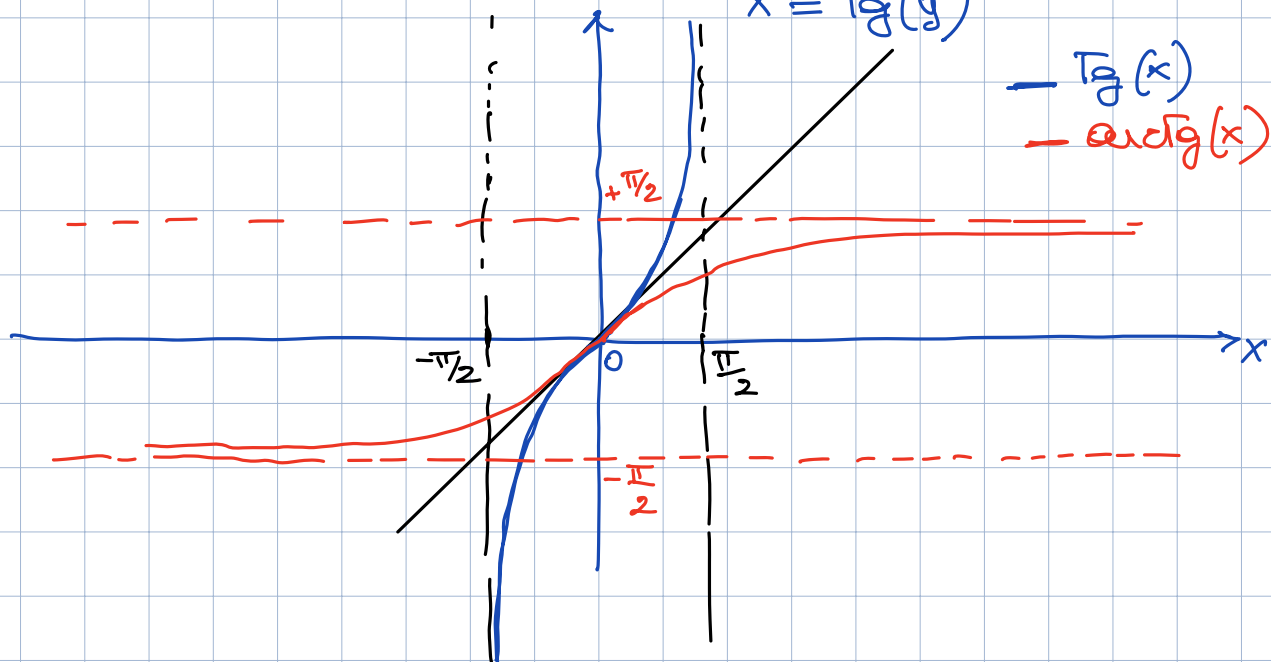
$f: \text{dom}(f) \rightarrow \mathbb{R}$ è suriettiva, non iniettiva

per renderla iniettiva, restringo il dominio a $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

Orsì $f: (-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ è biunivoca $\Rightarrow \exists$ inversa

$$y = f^{-1}(x) = \arctg(x)$$

y è l'angolo la cui tg è x
 $x = \text{tg}(y)$



$$\text{dom}(f^{-1}) = \text{im}(f) = \mathbb{R}$$

$$\text{im}(f^{-1}) = \text{dom}(f) = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

Attenzione

$$\arctg(x) \neq \frac{1}{\text{tg}(x)} = \text{cotg}(x)$$

$$\arcsin(x) \neq \frac{1}{\sin x}$$

$$\arccos(x) \neq \frac{1}{\cos x}$$