

Analisi Matematica 1 – Esercitazione del 30 ottobre 2025

1. Sia $n \mapsto a_n$, $n \in \mathbb{N}$, una successione reale. Stabilire se ciascuna delle proposizioni seguenti è vera o falsa.

(a) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -9$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n+1} = -17$.

(b) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n} = 3$.

(c) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n} = 10$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 10$.

(d) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{n+5} = 15$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 15$.

(e) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$, allora la successione $n \mapsto \cos(a_n)$ non ammette limite.

2. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-5n^2 + 8n}{9n - \cos(2n!)} \cdot \frac{n^n n!}{(n+3)^n (n+1)!}$.

3. (Prova d'esame 16 gennaio 2014) Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log((n+2)!) - \log(n!)}{n \left(\sqrt[n]{n^3} - 1 \right)}.$$

4. (Prova d'esame 7 settembre 2016) Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} n^{1/n} + \frac{\sin(n!)}{n} \right) \frac{\sqrt{1+8n^2} - n}{\log(1+e^{n+2}) - \frac{n}{2}}.$$

5. (Prova d'esame 29 giugno 2009) Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[1 - \cos \frac{1}{n}]^2 \log \left[\left(e^3 + \frac{1}{n} \right)^n \right]}{(\sqrt{n+4})^\alpha}.$$

6. (Prova in itinere 14 novembre 2019) Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8 \cdot n^{7/n} - 7(n+8)^n + \left(\frac{8}{7}\right)^{2n}}{\sqrt{(n+7)^{2n} - n!} - n!}.$$

7. (Prova d'esame 9 gennaio 2009) Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^n + \arctan(n!) + 1 - \cos \frac{1}{n^2}}{7^{\log n} + 2^n + \log(n^3)}.$$

8. Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{x-2} \log(e^{3x} - 2).$$

Determinare il dominio di f ed eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

9. (Prova in itinere 9 novembre 2015) Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \arctan \left(e^{\frac{1}{x-1}} \right) + |x-1| - 1.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Sia $n \mapsto a_n$, $n \in \mathbb{N}$, una successione reale. Stabilire se ciascuna delle proposizioni seguenti è vera o falsa.

(a) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -9$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n+1} = -17$.

(b) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 3$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n} = 3$.

(c) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n} = 10$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 10$.

(d) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{n+5} = 15$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 15$.

(e) Se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$, allora la successione $n \mapsto \cos(a_n)$ non ammette limite.

(a) Falso, perché se a_n converge a -9 , allora tutte le sue sottosucc. convergono a -9 .

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n+1} = -9$$

(b) Vero, perché se a_n converge a 3 , allora tutte le sue sottosucc. convergono a 3 .

(c) Falso. Un controesempio è dato da $a_n = (-1)^n \cdot 10$. Questa succ. non ha limite, mentre

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_{2n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} (-1)^{2n} \cdot 10 = 10 \quad \left(\begin{array}{l} \text{perché} \\ (-1)^{2n} = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N} \end{array} \right)$$

(d) Vero, perché a_{n+5} e a_n sono diverse fra loro in quanto "traslazione" uno dell'altro.

Esercizio: dimostrare questo fatto a partire dalla def. di limite [Suggerimento: si fissa $\varepsilon > 0$ ad arbitrio e si mostra che è possibile trovare $\bar{n} \in \mathbb{N}$ tale che $|a_n - 15| \leq \varepsilon \quad \forall n \geq \bar{n}$, sapendo che è possibile fare questo per la succ. a_{n+5}]

(e) Falso. Un controesempio è fornito dalla succ.

$$a_n = \frac{\pi}{2} - 2n\pi$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$$

$$\cos(a_n) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2n\pi\right) = 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \cos(a_n) = 0$$

Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{-5n^2 + 8n}{9n - \cos(2n!)} \cdot \frac{n^n n!}{(n+3)^n (n+1)!} \right] = a_n$

• $-5n^2 + 8n \sim -5n^2$ per $n \rightarrow +\infty$

• $\underbrace{9n}_{\downarrow +\infty} - \underbrace{\cos(2n!)}_{\substack{\text{è limitata} \\ \downarrow 0}} = n \left(9 - \frac{\cos(2n!)}{n} \right) \sim 9n$ per $n \rightarrow +\infty$

è il prodotto delle succ. limitata $\cos(2n!)$ e delle succ. infinitesime $\frac{1}{n}$

• $\frac{n^n n!}{(n+3)^n (n+1)!} = \frac{1}{\frac{(n+3)^n}{n^n}} \cdot \frac{\cancel{n!}}{(n+1) \cdot \cancel{n!}} =$

$= \frac{1}{\left(1 + \frac{3}{n}\right)^n} \cdot \frac{1}{(n+1)} \sim \frac{1}{\left(1 + \frac{3}{n}\right)^n} \cdot \frac{1}{n}$ per $n \rightarrow +\infty$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-5\cancel{n^2}}{9\cancel{n}} \cdot \frac{1}{\boxed{\left(1 + \frac{3}{n}\right)^n} \cancel{n}} = -\frac{5}{9e^3}$

$\downarrow e^3$

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a \quad \forall a \in \mathbb{R}$

Osservazione. Dai calcoli sopra, segue che

$$(n+3)^n \sim e^3 \cdot n^n \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

Attenzione! NON è vero che $(n+3)^n \sim n^n$ per $n \rightarrow +\infty$.

(16/01/2014)

Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log((n+2)!) - \log(n!)}{n(\sqrt[n]{n^3} - 1)}$

$$\bullet \log((n+2)!) - \log(n!) =$$

$$= \log\left(\frac{(n+2)!}{n!}\right) =$$

$$= \log\left(\frac{(n+2)(n+1)\cancel{n!}}{\cancel{n!}}\right) = \log((n+2)(n+1)) \sim \log(n^2) = 2\log(n) \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

$$\log A - \log B = \log\left(\frac{A}{B}\right) \\ \text{per ogni } A, B > 0$$

$$\log A^k = k \cdot \log A \\ \text{per ogni } A > 0, k \in \mathbb{R}$$

$$\bullet \sqrt[n]{n^3} - 1 = n^{3/n} - 1 = e^{\log(n^{3/n})} - 1 =$$

$$= e^{\frac{3}{n} \cdot \log(n)} - 1 \sim$$

$$\sim \frac{3}{n} \cdot \log(n) \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log(n)}{n} = 0$$

$$e^t - 1 \sim t \quad \text{per } t \rightarrow 0$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2\cancel{\log(n)}}{\cancel{n} \cdot \frac{3}{\cancel{n}} \cancel{\log(n)}} = \frac{2}{3}$$

(07/09/2016) Calcolare

a_n

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \cdot n^{1/n} + \frac{\sin(n!)}{n} \right) \cdot \frac{\sqrt{1+8n^2} - n}{\log(1+e^{n+2}) - \frac{n}{2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot n^{1/n} + \frac{\sin(n!)}{n} &= \underbrace{\frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{n} \cdot \log(n)}}_{\downarrow \frac{1}{2}} + \underbrace{\sin(n!) \cdot \frac{1}{n}}_{\downarrow 0} \rightarrow \frac{1}{2} \quad \text{per } n \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

limitate infinitesime

$$\begin{aligned} \sqrt{1+8n^2} - n &= (\sqrt{1+8n^2} - n) \cdot \frac{\sqrt{1+8n^2} + n}{\sqrt{1+8n^2} + n} = \\ &= \frac{1+8n^2 - n^2}{n \left(\sqrt{\frac{1}{n^2} + 8} + 1 \right)} = \frac{1+7n^2}{n \left(\sqrt{\frac{1}{n^2} + 8} + 1 \right)} \sim \frac{7n^2}{n(1+\sqrt{8})} \quad \text{per } n \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log(1+e^{n+2}) - \frac{n}{2} &= \\ &= \log(1+e^{n+2}) - \log(e^{n/2}) = \\ &= \log\left(\frac{1+e^{n+2}}{e^{n/2}}\right) = \\ &= \log\left(\underbrace{e^{-\frac{n}{2}}}_{\downarrow 0} + e^{\frac{n}{2}+2}\right) \sim \log(e^{\frac{n}{2}+2}) = \frac{n}{2} + 2 \sim \frac{n}{2} \quad \text{per } n \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \frac{1}{2} \cdot \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{7}n}{1 + \sqrt{8}} \cdot \frac{1}{\frac{\cancel{n}}{2}} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{2} \cdot 7}{\sqrt{8} + 1} \cdot \frac{\sqrt{8} - 1}{\sqrt{8} - 1} = \frac{\cancel{7}(\sqrt{8} - 1)}{\cancel{8} - 1} = 2\sqrt{2} - 1$$

(29/06/2009) Calcolare $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^2 \cdot \log \left[\left(e^3 + \frac{1}{n}\right)^n \right]}{\left(\sqrt{n+4}\right)^\alpha} \quad \text{al variare di } \alpha \in \mathbb{R}$$

$$\bullet \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)^2 \sim \left(\frac{1}{2n^2}\right)^2 = \frac{1}{4n^4}$$

$\downarrow$
 0

$$1 - \cos t \sim \frac{1}{2}t^2 \text{ per } t \rightarrow 0$$

$$\bullet \log \left[\left(e^3 + \frac{1}{n}\right)^n \right] = \log \left[\left(e^3 \left(1 + \frac{1}{n \cdot e^3}\right)\right)^n \right] =$$

$$= \log \left[e^{3n} \left(1 + \frac{1}{n \cdot e^3}\right)^n \right] =$$

$$= \log(e^{3n}) + \log \left[\left(1 + \frac{1}{n \cdot e^3}\right)^n \right] =$$

$$= 3n + n \log \left(1 + \frac{1}{n \cdot e^3}\right) =$$

$$= n \left[3 + \underbrace{\log \left(1 + \frac{1}{n \cdot e^3} \right)}_{\downarrow 0} \right] \sim 3n \text{ per } n \rightarrow +\infty$$

$$\bullet \left(\sqrt{n+4} \right)^\alpha \sim n^{\frac{\alpha}{2}} \text{ per } n \rightarrow +\infty$$

$$\boxed{n+4 \sim n \text{ per } n \rightarrow +\infty}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{4n^4} \cdot 3n}{n^{\alpha/2}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{n^3 \cdot n^{\alpha/2}} =$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{4} \cdot n^{-3-\frac{\alpha}{2}} = \begin{cases} +\infty \\ \frac{3}{4} \\ 0 \end{cases}$$

se $\alpha < -6$ esponente di n è positivo

se $\alpha = -6$ esponente di n è 0

se $\alpha > -6$ esponente di n è negativo

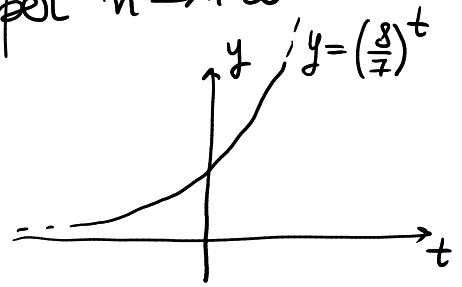
$$-3 - \frac{\alpha}{2} > 0 \Leftrightarrow \frac{\alpha}{2} < -3 \Leftrightarrow \alpha < -6$$

(14/11/2019) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8 \cdot n^{7/n} - 7(n+8)^n + \left(\frac{8}{7}\right)^{2n}}{\sqrt{(n+7)^{2n} - n!} - n!} = a_n$$

$$\bullet \quad n^{7/n} = e^{\frac{7}{n} \cdot \log(n)} \longrightarrow e^0 = 1 \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

$$\bullet \quad \left(\frac{8}{7}\right)^{2n} \longrightarrow +\infty \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$



$$\bullet \quad -7(n+8)^n \sim -7e^8 \cdot n^n \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

perché $(n+8)^n \sim e^8 \cdot n^n \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$

$$\bullet \quad 8n^{7/n} - 7(n+8)^n + \left(\frac{8}{7}\right)^{2n} \sim -7e^8 \cdot n^n \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

$$\bullet \quad \frac{1}{\sqrt{(n+7)^{2n} - n!} - n!} \cdot \frac{\sqrt{(n+7)^{2n} - n!} + n!}{\sqrt{(n+7)^{2n} - n!} + n!} =$$

$$= \frac{\sqrt{(n+7)^{2n} - n!} + n!}{(n+7)^{2n} - n! - (n!)^2} \sim \frac{(n+7)^n}{(n+7)^{2n}} = \frac{1}{(n+7)^n} \sim \frac{1}{e^7 \cdot n^n} \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

$$\sqrt{(n+7)^{2n} - n!} \sim \sqrt{(n+7)^{2n}} = (n+7)^n \sim e^7 \cdot n^n \quad \text{per } n \rightarrow +\infty$$

↑
confronto fra ordini
di infinito

$$(n+7)^{2n} - n! - (n!)^2 = (n+7)^{2n} \left[1 - \underbrace{\frac{n!}{(n+7)^{2n}}}_{\downarrow 0} - \underbrace{\left(\frac{n!}{(n+7)^n}\right)^2}_{\downarrow 0} \right] \sim (n+7)^{2n}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-7 \cdot \cancel{e^7} \cdot \cancel{n^n} \cdot e^8 \cdot n}{\cancel{e^7} \cdot \cancel{n^n}} = -7e$$

(09/01/2009) Calcolare al variare di $\alpha > 0$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^n + \arctan(n!) + 1 - \cos \frac{1}{n^2}}{7^{\log n} + 2^n + \log(n^3)}$$

$$\cdot 7^{\log n} + 2^n + \log(n^3) =$$

$$= 7^{\log n} + 2^n + 3\log(n) =$$

$$= 2^n \left(\frac{7^{\log n}}{2^n} + 1 + 3 \frac{\log(n)}{2^n} \right) =$$

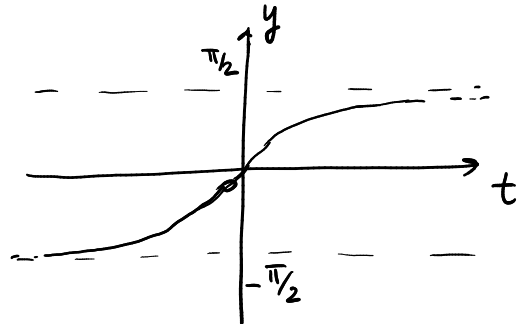
$$= 2^n \left(\left(\frac{7^{\frac{\log n}{n}}}{2} \right)^n + 1 + \frac{3\log(n)}{2^n} \right) \sim 2^n \text{ per } n \rightarrow +\infty$$

$\downarrow$
 $\frac{1}{2}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha^n = \begin{cases} +\infty & \text{se } \alpha > 1 \\ 1 & \text{se } \alpha = 1 \\ 0 & \text{se } 0 < \alpha < 1 \end{cases}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \arctan(n!) = \frac{\pi}{2}$$

$\downarrow$
 $+\infty$



$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{n^2}\right) = 0$$

Caso $\alpha > 1$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\alpha^n}{2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\alpha}{2}\right)^n =$$

$$= \begin{cases} +\infty & \text{se } \boxed{\alpha > 2} \sim \text{base } \frac{\alpha}{2} > 1 \\ 1 & \text{se } \boxed{\alpha = 2} \sim \text{base } \frac{\alpha}{2} = 1 \\ 0 & \text{se } \boxed{1 < \alpha < 2} \text{ base } \frac{\alpha}{2} < 1 \\ & \text{con la condizione } \alpha > 1 \end{cases}$$

Caso $\alpha = 1$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\boxed{\alpha^n} + \boxed{\arctan(n!)} + \boxed{1 - \cos \frac{1}{n^2}}}{2^n} = 0$$

$\nearrow 1 \qquad \nearrow \frac{\pi}{2} \qquad \nearrow 0$

Caso $0 < \alpha < 1$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow +\infty}$$

$$\frac{\alpha^n + \arctan(n!) + 1 - \cos \frac{1}{n^2}}{2^n} = 0$$

Riassumendo

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \begin{cases} +\infty & \text{se } \alpha > 2 \\ 1 & \text{se } \alpha = 2 \\ 0 & \text{se } 0 < \alpha < 2 \end{cases}$$

$$f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{x-2} \log(e^{3x}-2)$$

Domínio ed eventuali asintoti:

DOMINIO DI f

$$\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ e^{3x}-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ e^{3x} > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ 3x > \log 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > \frac{1}{3} \log 2 \end{cases}$$

$$\text{dom}(f) = \left(\frac{1}{3} \log 2, 2 \right) \cup (2, +\infty)$$

f è continua nel suo dominio, quindi possono essere asintoti verticali solo $x = \frac{1}{3} \log 2$ e $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3} \log 2\right)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{3} \log 2\right)^+} \frac{1}{\underbrace{x-2}_{\frac{1}{3} \log 2 - 2 < 0}} \underbrace{\log(e^{3x}-2)}_{-\infty} = +\infty$$

$x = \frac{1}{3} \log 2$ è asintoto verticale destro

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\underbrace{x-2}_{0^+}} \underbrace{\log(e^{3x}-2)}_{\log(e^6-2) > 0} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{\underbrace{x-2}_{0^-}} \underbrace{\log(e^{3x}-2)}_{\log(e^6-2) > 0} = -\infty$$

$x=2$ è asintoto verticale completo

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x-2} \cdot \log(e^{3x}-2) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \cdot \log(e^{3x}) =$$

$$\begin{aligned} x-2 &\sim x \text{ per } x \rightarrow +\infty \\ e^{3x}-2 &\sim e^{3x} \text{ per } x \rightarrow +\infty \end{aligned}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

$y=3$ è asintoto orizzontale destro
(Non ci sono asintoti obliqui)

(09/11/2015)

$$f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \arctan\left(e^{\frac{1}{x-1}}\right) + |x-1| - 1$$

Domínio ed eventuali asintoti:

DOMINIO DI f

$$x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$$

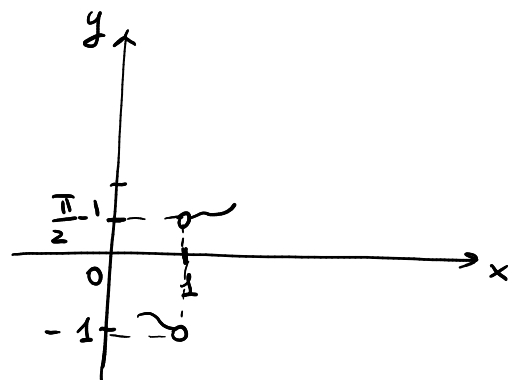
$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} - \{1\}$$

f è continua in $\mathbb{R} - \{1\}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\underbrace{\arctan\left(e^{\frac{1}{x-1}}\right)}_{\substack{\nearrow +\infty \\ \downarrow \frac{\pi}{2}}} + \underbrace{|x-1| - 1}_{\downarrow 0} \right] = \frac{\pi}{2} - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left[\underbrace{\arctan\left(e^{\frac{1}{x-1}}\right)}_{\substack{\nearrow -\infty \\ \downarrow 0}} + \underbrace{|x-1| - 1}_{\downarrow 0} \right] = -1$$

$x=1$ non è asintoto verticale



$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\underbrace{\arctan\left(e^{\frac{1}{x-1}}\right)}_{\substack{\nearrow 0 \\ \downarrow \frac{\pi}{4}}} + \underbrace{|x-1| - 1}_{\downarrow +\infty} \right) = +\infty$$

$\arctan(1) = \frac{\pi}{4}$

NON ci sono asintoti orizzontali

$$m_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\arctan(e^{\frac{1}{x-1}})}{x} + \frac{x-1}{x} - \frac{1}{x} \right) = 1$$

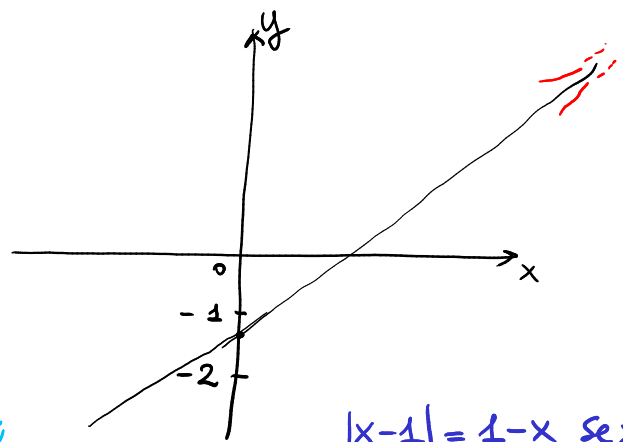
Annotations: $\arctan(e^{\frac{1}{x-1}}) \rightarrow \frac{\pi}{4}$, $x \rightarrow \infty$, $\frac{x-1}{x} \rightarrow 1$, $\frac{1}{x} \rightarrow 0$. Note: $|x-1|=x-1$ se $x>1$.

$$q_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - m_+ x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\arctan(e^{\frac{1}{x-1}}) + \cancel{x-1} - 1 - \cancel{x} \right) = \frac{\pi}{4} - 2$$

Annotations: $\arctan(e^{\frac{1}{x-1}}) \rightarrow \frac{\pi}{4}$, $|x-1|=x-1$ se $x>1$.

$y = x + \frac{\pi}{4} - 2$ è asintoto obliquo destro



$$m_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{\arctan(e^{\frac{1}{x-1}})}{x} + \frac{1-x}{x} - \frac{1}{x} \right) = -1$$

Annotations: $\arctan(e^{\frac{1}{x-1}}) \rightarrow \frac{\pi}{4}$, $x \rightarrow -\infty$, $\frac{1-x}{x} \rightarrow -1$, $\frac{1}{x} \rightarrow 0$. Note: $|x-1|=1-x$ se $x<1$.

$$q_- = \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - m_- x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\arctan(e^{\frac{1}{x-1}}) + \cancel{1-x} - \cancel{1} + \cancel{x} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$y = -x + \frac{\pi}{4}$ è asintoto obliquo sinistro

