

Analisi Matematica 1 – Esercitazione del 7 novembre 2024

1. In ciascuno dei seguenti esercizi è data una funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

(a) $f(x) = \frac{e^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right)}}{5}$

(b) $f(x) = ((7x + 1)^5 - 1)^6 - 5 \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$

(c) $f(x) = |x|$

(d) $f(x) = \log|2 - 3x| + \frac{1 - x}{3x - 2}$

(e) $f(x) = \frac{x + 2}{|x + 2|} \cdot \frac{1}{3x^2 + e^x}$

(f) $f(x) = 5^{\arcsin(x-1)}$

(g) $f(x) = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$

(h) $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$

2. In ciascuno dei seguenti esercizi è data una funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

- Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
- Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .
- Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
- Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .
- Tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

(a) (Prova d'esame 26 marzo 2018)

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x|}{x - 2}\right)$$

(b) (Esercizio simile al numero 1 della prova d'esame del 12 luglio 2022)

$$f(x) = \sqrt{|x^2 + 5x|}$$

Calcolare la derivata di

$$f(x) = \frac{e^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right)}}{5}$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$f(x) = \frac{1}{5} e^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right)}$$

$$x \mapsto -\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right) \mapsto e^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right)}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-1/3}$$

$$f'(x) = \frac{1}{5} \cdot e^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right)} \cdot \left[-\left(-\frac{1}{3} x^{-\frac{1}{3}-1} + 5\right) \right] =$$

$$= \frac{1}{5} e^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right)} \cdot \left(\frac{1}{3} x^{-\frac{4}{3}} - 5 \right) =$$

$$= \frac{1}{5} e^{-\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 5x\right)} \cdot \left(\frac{1}{3x\sqrt[3]{x}} - 5 \right)$$

$$\text{dom}(f') = \text{dom}(f)$$

Non ci sono punti di non derivabilità

Calcolare la derivata di

$$f(x) = \left((7x+1)^5 - 1 \right)^6 - 5 \arcsin\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$x \mapsto (7x+1) \mapsto (7x+1)^5 - 1 \mapsto \left((7x+1)^5 - 1 \right)^6$$

$$\frac{d}{dx}(x^6) = 6x^5$$

$$\frac{d}{dx}(x^5) = 5x^4$$

$$\frac{d}{dx}(7x+1) = 7$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 6 \left[(7x+1)^5 - 1 \right]^5 \cdot 5(7x+1)^4 \cdot 7 + 0 = \\ &= 210 \left[(7x+1)^5 - 1 \right]^5 (7x+1)^4 \end{aligned}$$

$$\text{dom}(f') = \text{dom}(f)$$

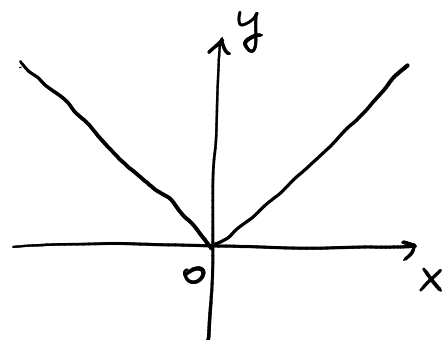
Non ci sono punti di non derivabilità.

Calcolare la derivata di

$$f(x) = |x|$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R}$$

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



$$f'(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x > 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x| - |0|}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1$$

$\uparrow$
 $|x| = x \text{ se } x > 0$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - |0|}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1$$

$\uparrow$
 $|x| = -x \text{ se } x < 0$

0 è punto angoloso per $f(x) = |x|$

$$\text{dom}(f') = \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Si può scrivere

$$f'(x) = \frac{x}{|x|} = \frac{|x|}{x} \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Calcolare la derivata di

$$f(x) = \log |2-3x| + \frac{1-x}{3x-2}$$

$$\begin{cases} 3x-2 \neq 0 \\ |2-3x| > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 \neq 0 \\ 2-3x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \frac{2}{3}$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

Osservazione $|2-3x| = |3x-2| \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \log |3x-2| + \frac{1-x}{3x-2}$$

$$\left(\frac{N}{D} \right)' = \frac{N'D - N \cdot D'}{D^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1-x}{3x-2} \right) = \frac{-1(3x-2) - (1-x) \cdot 3}{(3x-2)^2} = \frac{-1}{(3x-2)^2}$$

$$\frac{d}{dx} (|3x-2|) = \frac{|3x-2|}{3x-2} \cdot 3$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cancel{|3x-2|}} \cdot \frac{\cancel{|3x-2|}}{3x-2} \cdot 3 - \frac{1}{(3x-2)^2} =$$

$$= \frac{3(3x-2) - 1}{(3x-2)^2} = \frac{9x-7}{(3x-2)^2}$$

$$\text{dom}(f') = \text{dom}(f)$$

Calcolare la derivata di

$$f(x) = \frac{x+2}{|x+2|} \cdot \frac{1}{3x^2+e^x}$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3x^2+e^x} & \text{se } x > -2 \\ -\frac{1}{3x^2+e^x} & \text{se } x < -2 \end{cases}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{3x^2+e^x} \right) = \frac{d}{dx} \left((3x^2+e^x)^{-1} \right) =$$

$$= - (3x^2+e^x)^{-2} \cdot (6x+e^x) = - \frac{6x+e^x}{(3x^2+e^x)^2}$$

$$f'(x) = \begin{cases} - \frac{6x+e^x}{(3x^2+e^x)^2} & \text{se } x > -2 \\ \frac{6x+e^x}{(3x^2+e^x)^2} & \text{se } x < -2 \end{cases}$$

$$\text{dom}(f') = \text{dom}(f)$$

Si può scrivere $f'(x) = \frac{x+2}{|x+2|} \cdot \left(- \frac{6x+e^x}{(3x^2+e^x)^2} \right)$

Calcolare la derivata di

$$f(x) = 5^{\arcsin(x-1)}$$

$$-1 \leq x-1 \leq 1 \quad (\text{perché arcsin sia definito})$$

$$0 \leq x \leq 2$$

$$\text{dom}(f) = [0, 2]$$

$$\begin{aligned} f(x) &= 5^{\arcsin(x-1)} = \left(e^{\log 5}\right)^{\arcsin(x-1)} = \\ &= e^{\arcsin(x-1) \cdot \log(5)} \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dx}(\arcsin x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= e^{\arcsin(x-1) \cdot \log(5)} \cdot \log 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(x-1)^2}} = \\ &= \frac{5^{\arcsin(x-1)} \cdot \log 5}{\sqrt{1-(x-1)^2}} \end{aligned}$$

$$\text{dom}(f') = \text{dom}(f) \setminus \{0, 2\} = (0, 2)$$

Calcolare la derivata di

$$f(x) = \sqrt{x}^{\sqrt{x}}$$

$$\text{dom}(f) = (0, +\infty)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{x}^{\sqrt{x}} = \left(e^{\log \sqrt{x}} \right)^{\sqrt{x}} = \left(e^{\frac{1}{2} \log(x)} \right)^{\sqrt{x}} = \\ &= e^{\frac{1}{2} \sqrt{x} \log(x)} \end{aligned}$$

$$\boxed{\log \sqrt{x} = \log x^{1/2} = \frac{1}{2} \log x}$$

$$(F_1 F_2)' = F_1' F_2 + F_1 \cdot F_2'$$

$$\frac{d}{dx} (\sqrt{x} \log(x)) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \log(x) + \sqrt{x} \cdot \frac{1}{x} =$$

$$= \frac{\log(x)}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2 + \log(x)}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = e^{\frac{\sqrt{x}}{2} \log(x)} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2 + \log(x)}{2\sqrt{x}} \right) =$$

$$= \sqrt{x}^{\sqrt{x}} \cdot \frac{2 + \log(x)}{4\sqrt{x}}$$

$$\text{dom}(f') = \text{dom}(f)$$

Calcolare la derivata di

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

$$1 + \frac{1}{x} > 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x} > 0 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 0$$

$$\text{dom}(f) = (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$$

$$f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e^{x \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$$

$$\frac{d}{dx} \left(1 + \frac{1}{x}\right) = \frac{d}{dx} (1 + x^{-1}) = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\log\left(1 + \frac{1}{x}\right)\right) = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{x}{x+1} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) =$$

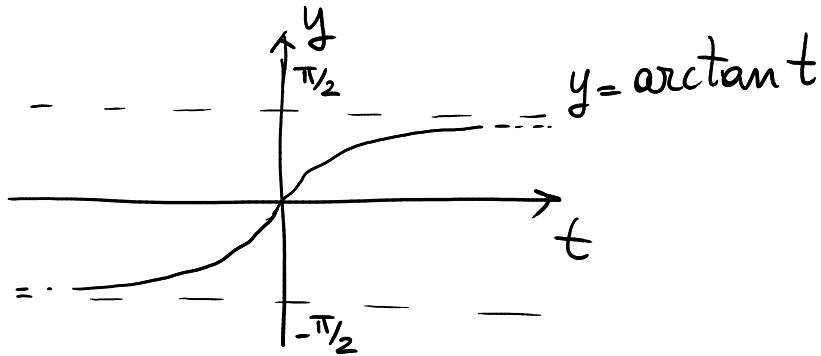
$$= -\frac{1}{x(x+1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left(x \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)\right) &= \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) + x \cdot \frac{-1}{x(x+1)} = \\ &= \log\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

$$f'(x) = e^{x \log\left(1 + \frac{1}{x}\right)} \cdot \left[\log\left(1 + \frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}\right]$$

$$\boxed{\begin{aligned} \text{dom}(f') &= \\ &= \text{dom}(f) \end{aligned}}$$

Studiare (fino alla derivata prima) la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ def. da $f(x) = \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right)$.



• Determiniamo il dominio

$$x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$$

$$\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

• La funzione non è né pari né dispari, perché il dominio non è simmetrico rispetto a 0.

• f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{2\}$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

Non ci sono asintoti verticali

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan\left(\frac{x}{x-2}\right) =$$

$|x|=x$ se $x > 0$

1

$$= \arctan 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan\left(\frac{-x}{x-2}\right) =$$

$|x|=-x$ se $x < 0$

-1

$$= \arctan(-1) = -\frac{\pi}{4}$$

$y = \frac{\pi}{4}$ è asintoto orizzontale destro

$y = -\frac{\pi}{4}$ è asintoto orizzontale sinistro

Non ci sono asintoto obliqui

• Derivata prima

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{|x|}{x-2} \right) = \frac{\frac{|x|}{x} \cdot (x-2) - |x| \cdot 1}{(x-2)^2} =$$

$$= \frac{|x|(x-2) - |x| \cdot x}{x(x-2)^2} = \frac{|x|(x-2-x)}{x(x-2)^2} = \frac{-2|x|}{x(x-2)^2}$$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{1}{1 + \left(\frac{|x|}{(x-2)}\right)^2} \cdot \frac{-2|x|}{x(x-2)^2} = \\
 &= \frac{1}{1 + \frac{x^2}{(x-2)^2}} \cdot \frac{-2|x|}{x(x-2)^2} = \\
 &= \frac{\cancel{(x-2)^2}}{(x-2)^2 + x^2} \cdot \frac{-2|x|}{x\cancel{(x-2)^2}} = \\
 &= \frac{-2|x|}{x[x^2 + (x-2)^2]}
 \end{aligned}$$

$$f(0) = \arctan\left(\frac{|0|}{0-2}\right) = \arctan 0 = 0$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \arctan\left(\frac{x}{x-2}\right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\cancel{x}} \cdot \frac{\cancel{x}}{x-2} = -\frac{1}{2}$$

↑
 $\arctan t \sim t$ per $t \rightarrow 0$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} \arctan\left(\frac{-x}{x-2}\right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\cancel{x}} \left(\frac{\cancel{-x}}{x-2} \right) = \frac{1}{2}$$

Dato che $f'_+(0) = -\frac{1}{2}$ e $f'_-(0) = \frac{1}{2}$,

$x=0$ è punto angoloso per f

$$\text{dom}(f') = \text{dom}(f) - \{0\} = \mathbb{R} - \{0, 2\}$$

• Punti stazionari

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{-2|x|}{x[(x-2)^2 + x^2]} = 0$$

$$-2|x| = 0$$

$$|x| = 0$$

$$x = 0$$

Ma in $x=0$ la funzione non è derivabile

Non ci sono punti stazionari

• Crescenza / decrescenza

$$f'(x) \geq 0$$

$$\frac{-2|x|}{x[(x-2)^2 + x^2]} \geq 0$$

$$-2|x| \geq 0 \Leftrightarrow |x| \leq 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$x > 0$$

$$(x-2)^2 + x^2 > 0 \quad \forall x \in \text{dom}(f')$$

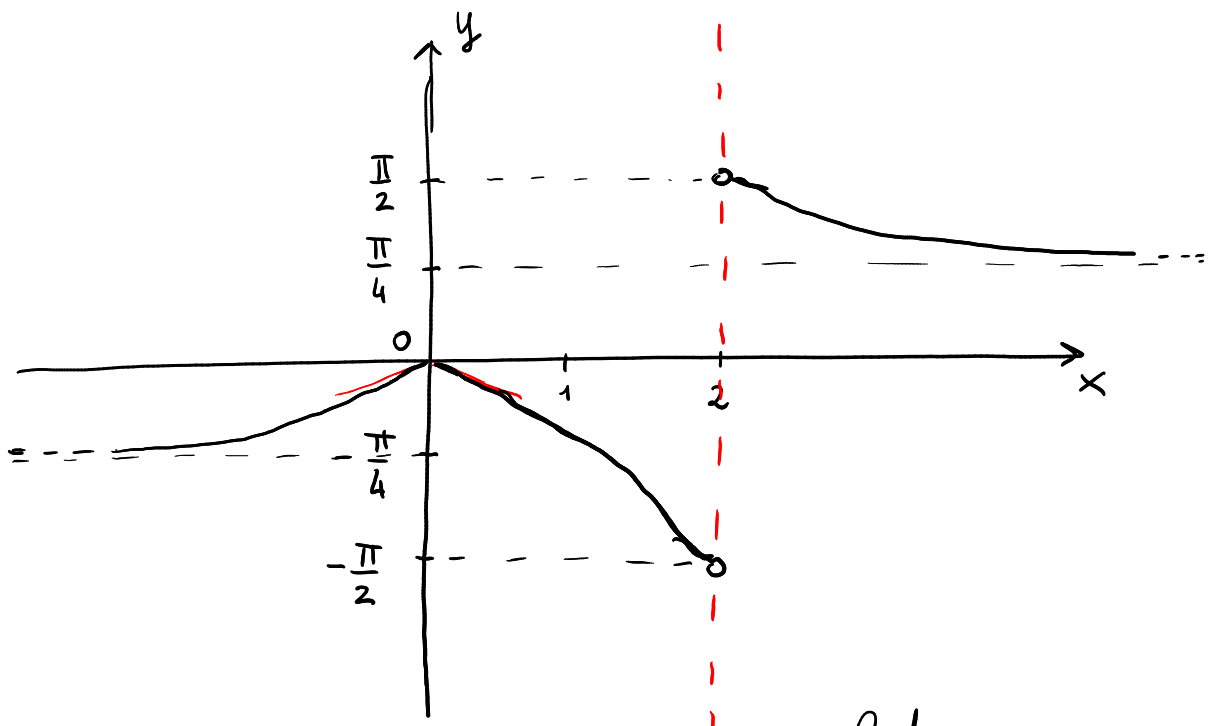
$$f'(x)$$

$$f(x)$$

	0		2	
-	0	-		-
-	0	+		+
+		+		+
+	+	-		-
↗		↘		↘

f è crescente in $(-\infty, 0)$ ed è decrescente in ciascuno degli intervalli $(0, 2)$ e $(2, +\infty)$

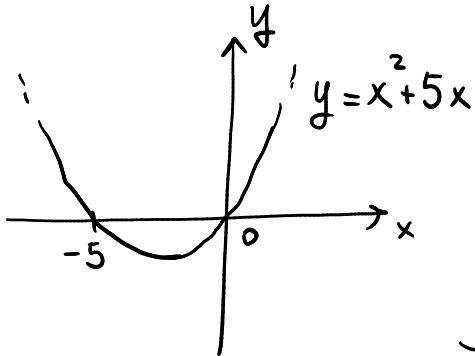
$x = 0$ è punto di massimo relativo non stazionario



Non ci sono né punti di massimo assoluto né punti di minimo assoluto.

Studiare (fino alla derivata prima) la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{|x^2 + 5x|}$

$\text{dom}(f) = \mathbb{R}$ perché $|x^2 + 5x| \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$



$$f(-5) = 0$$

$$f(5) \neq 0$$

La funzione non è né pari né dispari, perché -5 è zero della funzione, mentre 5 non lo è.

• f è continua in $\mathbb{R}$

Non ci sono asintoti verticali

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{|x^2 + 5x|} = +\infty$$

$\sim x^2$ per $x \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{|x^2 + 5x|} = +\infty$$

$\sim x^2$ per $x \rightarrow -\infty$

Non ci sono asintoti orizzontali

$$\bullet m_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{|x^2 + 5x|}}{x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 5x}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{5}{x}\right)}}{x} =$$

$|x^2 + 5x| = x^2 + 5x$ se $x > 0$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|x| \sqrt{1 + \frac{5}{x}}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x} \sqrt{1 + \frac{5}{x}}}{\cancel{x}} = 1$$

$|x| = x$ se $x > 0$

$$q_+ = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - m_+ x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{|x^2 + 5x|} - x) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 5x} + x}{\sqrt{x^2 + 5x} + x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x^2} + 5x - \cancel{x^2}}{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{5}{x}\right)} + x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5\cancel{x}}{\cancel{x} \left(\sqrt{1 + \frac{5}{x}} + 1 \right)} = \frac{5}{2}$$

$y = x + \frac{5}{2}$ é assintoto oblíquo destro

$$\begin{aligned}
 m_- &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{|x^2 + 5x|}}{x} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{|x|^2 \left|1 + \frac{5}{x}\right|}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x| \sqrt{\left|1 + \frac{5}{x}\right|}}{x} = \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\cancel{x} \sqrt{\left|1 + \frac{5}{x}\right|}}{\cancel{x}} = -1
 \end{aligned}$$

$|x| = -x$ se $x < 0$

$$\begin{aligned}
 q_- &= \lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - m_- x) = \\
 &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{|x^2 + 5x|} + x \right) =
 \end{aligned}$$

$\begin{matrix} +\infty \\ \uparrow \\ \sqrt{|x^2 + 5x|} \\ \downarrow \\ x \\ -\infty \end{matrix}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{+x^2 + 5x} + x \right) \cdot \frac{\sqrt{x^2 + 5x} - x}{\sqrt{x^2 + 5x} - x} =$$

$|x^2 + 5x| = x^2 + 5x$ se $x < -5$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x^2} + 5x - \cancel{x^3}}{\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{5}{x}\right)} - x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{|x| \sqrt{1 + \frac{5}{x}} - x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x}{-x \left(\sqrt{1 + \frac{5}{x}} + 1 \right)} = -\frac{5}{2}$$

$|x| = -x$ se $x < 0$

$y = -x - \frac{5}{2}$ è asintoto obliquo sinistro

• Derivata prima

$$f(x) = \sqrt{|x^2 + 5x|} \quad x \mapsto x^2 + 5x \mapsto |x^2 + 5x| \mapsto \sqrt{|x^2 + 5x|}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{|x^2 + 5x|}} \cdot \frac{|x^2 + 5x|}{x^2 + 5x} \cdot (2x + 5)$$

$$\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\frac{d}{dx}(|x|) = \frac{|x|}{x}$$

$$\frac{d}{dx}(x^2 + 5x) = 2x + 5$$

$$f'(x) = \frac{|x^2 + 5x|}{2|x^2 + 5x|^{1/2}} \cdot \frac{2x + 5}{x^2 + 5x} =$$

$$= \frac{\sqrt{|x^2 + 5x|}}{2} \cdot \frac{2x + 5}{x^2 + 5x}$$

Esercizio: calcolare $f'_+(0)$ e $f'_-(0)$

$$f'_+(-5) = \lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{f(x) - \boxed{f(-5)}^0}{x + 5} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{\sqrt{|x^2 + 5x|}}{x + 5} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{\sqrt{|x(x+5)|}}{x+5} =$$

$|x^2 + 5x| = -x^2 - 5x$ se $-5 < x < 0$

$$= \lim_{x \rightarrow -5^+} \sqrt{\frac{-x(x+5)}{(x+5)^2}} = \lim_{x \rightarrow -5^+} \sqrt{\frac{-x}{x+5}} = +\infty$$

$\nearrow 5$
 $\downarrow 0^+$

Da completare:

- Calcolare $f'(-5)$ ($x=0$ e $x=-5$ sono cuspidi)
- Studiare il segno della derivata prima
- Tracciare il grafico in base a queste informazioni