

Esercizio (da un tema d'esame)

Si considerino le due curve di equazione:

$$y_1 = f_1(x) = \frac{1}{3} \log\left(\frac{x}{2}\right) + x^2, \quad y_2 = f_2(x) = x^2 + x - 1.$$

1. Localizzare per via grafica le intersezioni tra le due curve.
2. Si consideri il metodo di bisezione per il calcolo delle ascisse dei punti di intersezione. Determinare per via teorica il numero di iterazioni che servono al metodo di bisezione per ottenere una soluzione numerica con un errore minore di $\text{tol} = 10^{-8}$, considerando un intervallo iniziale di ampiezza pari a 2.

3. Calcolare numericamente le ascisse dei punti di intersezione con il metodo di Newton utilizzando tolleranza $\text{tol} = 10^{-8}$, e numero massimo di iterazioni $\text{kmax} = 50$.
4. Proporre su carta opportune funzioni di punto fisso $\varphi(x)$, per calcolare le intersezioni tra le due curve ed analizzare la convergenza dei metodi di punto fisso

$$\begin{cases} x^{(0)} \text{ dato} \\ x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)}) \quad k = 0, 1, \dots \end{cases}$$