

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\left(\frac{7}{8} \right)^n + \frac{2}{n^2} \right]$$

[punti 2]**Esercizio 2** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (5^n + \log n) \sin \left(\frac{1}{(n+7)!} \right)$$

[punti 3]**Esercizio 3** Calcolare la media integrale della funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+3x^2}}$$

sull'intervallo $[0, \sqrt{2}]$.**[punti 2]****Esercizio 4** Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{4x+2}{x^2+3x+2} dx.$$

[punti 3]

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1

- (a). Scrivere la definizione di $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$ con $x_0, \ell \in \mathbb{R}$ e fare un disegno che ne chiarisca il significato.
- (b). Affinché si possa calcolare il limite sopra scritto, è necessario che $x_0 \in \text{dom}(f)$? Giustificare la risposta.
- (c). Enunciare e dimostrare il teorema della permanenza del segno.

Domanda 2

- (a). Scrivere la definizione di $f'(x_0)$ specificando come deve essere scelto x_0 e che proprietà deve soddisfare f in x_0 affinché si possa definire $f'(x_0)$. Quindi dire cosa rappresenta geometricamente $f'(x_0)$.
- (b). Scrivere l'equazione della retta tangente ad f nel punto x_0 . Calcolare la retta tangente a $f(x) = \log(x)$ nel punto $x_0 = 1$ e disegnare la funzione e la retta tangente.
- (c). Dimostrare che se f è derivabile in x_0 allora f è continua in x_0 .

Domanda 3

- (a). Scrivere la formula di integrazione per parti (per integrazione indefinita).
- (b). Scrivere la definizione di media integrale a darne l'interpretazione geometrica.
- (c). Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\left(\frac{6}{7} \right)^n + \frac{3}{n^3} \right]$$

[punti 2]**Esercizio 2** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (4^n + 2 \log n) \sin \left(\frac{1}{(n+6)!} \right)$$

[punti 3]**Esercizio 3** Calcolare la media integrale della funzione

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+5x^2}}$$

sull'intervallo $[0, \sqrt{2}]$.**[punti 2]****Esercizio 4** Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{7x+4}{x^2+3x+2} dx.$$

[punti 3]

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1

- (a). Scrivere la definizione di $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell$ con $\ell \in \mathbb{R}$ e fare un disegno che ne chiarisca il significato.
- (b). Si può calcolare il limite sopra scritto qualora $f(x) = \sqrt{1-x}$? Giustificare la risposta.
- (c). Enunciare e dimostrare il primo teorema del confronto.

Domanda 2

- (a). Scrivere la definizione di serie numerica, definire la successione delle somme parziali (o ridotte) e dare la definizione di serie convergente, divergente, indeterminata.
- (b). Enunciare e dimostrare la condizione necessaria delle serie convergenti.
- (c). Riportare un esempio che mostri che il viceversa del teorema precedente non è valido.

Domanda 3

- (a). Scrivere la definizione di primitiva $F(x)$ di una funzione $f(x)$ definita su un intervallo I e riportare un esempio di funzione f e della sua primitiva F .
- (b). Scrivere la definizione di funzione integrale $\mathcal{F}_{x_0}(x)$ di una funzione $f(x)$ su un intervallo $[a, b]$.
- (c). Enunciare e dimostrare il primo teorema fondamentale del calcolo integrale.