Analisi Matematica 1 - Appello 9 febbraio 2024

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

---

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio numero 1 ed è la costante sommata ad $x$ nel denominatore del logaritmo.

---

**Fila 1**

**1.** $dom(f) = (-\infty, -8) \cup (-8, -1) \cup (0, 8) \cup (8, +\infty)$.

**2.** $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$ e $k \in \mathbb{Z}$, $im(f) = \mathbb{R}$, $\tan(x) > 0$ per ogni $x \in (k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2})$. $f^{-1}(x) = \arctan(x)$, $dom(f^{-1}) = \mathbb{R}$, $im(f^{-1}) = (-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$.

**3.** $w = \frac{6}{5} e^{i\frac{5}{3}\pi}$

**4.** Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{7} e^{\frac{\pi}{2} i}$, $z_1 = \sqrt[3]{7} e^{\frac{7\pi}{6} i}$, $z_2 = \sqrt[3]{7} e^{\frac{11\pi}{6} i}$.

**5.** Il limite vale $\ell = \frac{3}{4}$.

**6.** La funzione presenta un punto di salto in $x = 0$, in particolare è continua da sinistra e non da destra, $\displaystyle\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\frac{9}{2}$.

**7.** *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$;

*Limiti*: $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro,
$\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale destro, $f$ non ammette asintoti obliqui o verticali;
*Derivata prima:*

$$f'(x) = \frac{2e^x(x+1)}{1 + 2^2 x^2 e^{2x}}$$

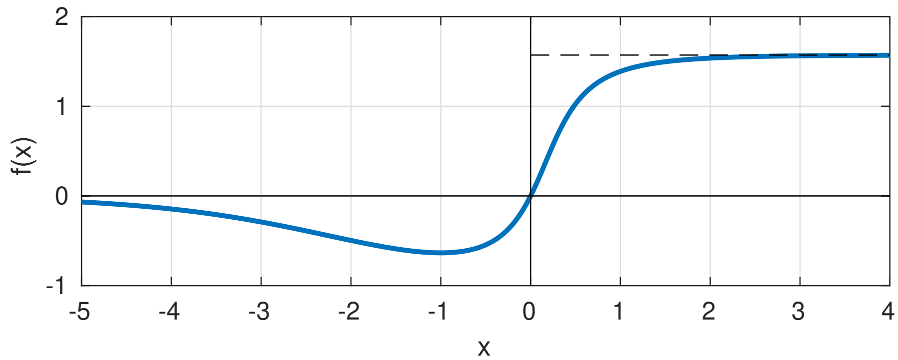
$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

*punti stazionari:* $x = -1$;

*Segno di $f'$:*
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq -1$, quindi $f$ è decrescente in $]-\infty, -1[$ e crescente in $]-1, +\infty[$; $x = -1$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è limitata da due asintoti orizzontali;

*Concavità/convessità, studio in base al grafico*: in un intorno di $-\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è decrescente; in un intorno del punto di minimo stazionario $f$ è convessa; in un intorno di $+\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è crescente. Segue che esistono almeno due punti di flesso, uno nell'intervallo $]-\infty, -1[$, l'altro in $]-1, +\infty[$.




---

**Fila 2**

**1.** $dom(f) = (-\infty, -7) \cup (-7, -2) \cup (0, 7) \cup (7, +\infty)$.

**2.** $dom(f) = \mathbb{R}\backslash\{0\}$, $im(f) = \mathbb{R}\backslash\{0\}$, $\frac{1}{x} > 0$ per ogni $x \in (0, +\infty)$. $f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$, $dom(f^{-1}) = \mathbb{R}\backslash\{0\}$, $im(f^{-1}) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

**3.** $w = \frac{7}{5}e^{i\frac{5}{3}\pi}$

**4.** Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{6}e^{\frac{\pi}{2}i}$, $z_1 = \sqrt[3]{6}e^{\frac{7\pi}{6}i}$, $z_2 = \sqrt[3]{6}e^{\frac{11\pi}{6}i}$.

**5.** Il limite vale $\ell = \frac{5}{6}$.

**6.** La funzione presenta un punto di salto in $x = 0$, in particolare è continua da sinistra e non da destra, $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\frac{7}{2}$.

**7.** *Dominio:* $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$;

*Limiti*: $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro,
$\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale destro, $f$ non ammette asintoti obliqui o verticali;
*Derivata prima:*

$$f'(x) = \frac{3e^x(x+1)}{1 + 3^2x^2e^{2x}}$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f$, non esistono punti di non derivabilità;

*punti stazionari:* $x = -1$;

*Segno di $f'$:*
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq -1$, quindi $f$ è decrescente in $]-\infty, -1[$ e crescente in $]-1, +\infty[$; $x = -1$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è limitata da due asintoti orizzontali;

*Concavità/convessità, studio in base al grafico*: in un intorno di $-\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è decrescente; in un intorno del punto di minimo stazionario $f$ è convessa; in un intorno di $+\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è crescente. Segue che esistono almeno due punti di flesso, uno nell'intervallo $]-\infty,-1[$, l'altro in $]-1,+\infty[$.

---

**Fila 3**

**1.** $dom(f) = (-\infty,-6) \cup (-6,-3) \cup (0,6) \cup (6,+\infty)$.

**2.** $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi\}$ e $k \in \mathbb{Z}$, $im(f) = \mathbb{R}$, $\tan(x) > 0$ per ogni $x \in (k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2})$. $f^{-1}(x) = \arctan(x)$, $dom(f^{-1}) = \mathbb{R}$, $im(f^{-1}) = (-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2})$.

**3.** $w = \frac{8}{5}e^{i\frac{5}{3}\pi}$

**4.** Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{5}e^{\frac{\pi}{2}i}$, $z_1 = \sqrt[3]{5}e^{\frac{7\pi}{6}i}$, $z_2 = \sqrt[3]{5}e^{\frac{11\pi}{6}i}$.

**5.** Il limite vale $\ell = \frac{7}{8}$.

**6.** La funzione presenta un punto di salto in $x = 0$, in particolare è continua da sinistra e non da destra, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\dfrac{5}{2}$.

**7.** *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$;

*Limiti*: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \dfrac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale destro, $f$ non ammette asintoti obliqui o verticali;

*Derivata prima:*

$$f'(x) = \frac{4e^x(x+1)}{1 + 4^2x^2e^{2x}}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

*punti stazionari:* $x = -1$;

*Segno di $f'$:*
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq -1$, quindi $f$ è decrescente in $]-\infty,-1[$ e crescente in $]-1,+\infty[$; $x = -1$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è limitata da due asintoti orizzontali;

*Concavità/convessità, studio in base al grafico*: in un intorno di $-\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è decrescente; in un intorno del punto di minimo stazionario $f$ è convessa; in un intorno di $+\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è crescente. Segue che esistono almeno due punti di flesso, uno nell'intervallo $]-\infty,-1[$, l'altro in $]-1,+\infty[$.

---

**Fila 4**

**1.** $dom(f) = (-\infty,-5) \cup (-5,-4) \cup (0,5) \cup (5,+\infty)$.

**2.** $dom(f) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $im(f) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $\frac{1}{x} > 0$ per ogni $x \in (0,+\infty)$. $f^{-1}(x) = \frac{1}{x}$, $dom(f^{-1}) = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $im(f^{-1}) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

**3.** $w = \frac{9}{5} e^{i\frac{5}{3}\pi}$

**4.** Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{4} e^{\frac{\pi}{2} i}$, $z_1 = \sqrt[3]{4} e^{\frac{7\pi}{6} i}$, $z_2 = \sqrt[3]{4} e^{\frac{11\pi}{6} i}$.

**5.** Il limite vale $\ell = \frac{9}{10}$.

**6.** La funzione presenta un punto di salto in $x = 0$, in particolare è continua da sinistra e non da destra, $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\dfrac{3}{2}$.

**7.** *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$;

*Limiti*: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro,
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{\pi}{2}$, $y = \frac{\pi}{2}$ è asintoto orizzontale destro, $f$ non ammette asintoti obliqui o verticali;
*Derivata prima:*

$$f'(x) = \frac{5e^x(x+1)}{1 + 5^2 x^2 e^{2x}}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

*punti stazionari:* $x = -1$;

*Segno di $f'$:*
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq -1$, quindi $f$ è decrescente in $]-\infty, -1[$ e crescente in $]-1, +\infty[$; $x = -1$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è limitata da due asintoti orizzontali;

*Concavità/convessità, studio in base al grafico*: in un intorno di $-\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è decrescente; in un intorno del punto di minimo stazionario $f$ è convessa; in un intorno di $+\infty$ la funzione è concava per la presenza dell'asintoto orizzontale e per il fatto che è crescente. Segue che esistono almeno due punti di flesso, uno nell'intervallo $]-\infty, -1[$, l'altro in $]-1, +\infty[$.