Analisi Matematica 1 - Appello 25 marzo 2024

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

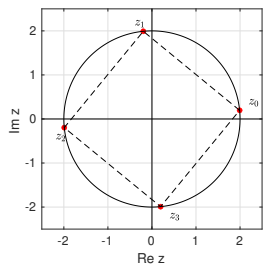
Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio numero 3 ed è il coefficiente di z^2.

Fila 1

1. $dom(f) = \{x \in \mathbb{R} : \ 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, \ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \ \forall k \in \mathbb{Z}\}$; $f(x) \geq 0$ per $x \in (0, \frac{\pi}{4}]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $Im(f) = [0, +\infty)$.
$\inf(Im(f)) = \min(Im(f)) = 0$, $\sup(Im(f)) = +\infty$, $\nexists \max(Im(f))$ in quanto f è illimitata.

3. Le radici della prima equazione sono $z_0 = 2e^{\frac{\pi}{8}i}$, $z_1 = 2e^{\frac{5\pi}{8}i}$ $z_2 = 2e^{\frac{9\pi}{8}i}$ $z_3 = 2e^{\frac{13\pi}{8}i}$. La disequazione è soddisfatta quando $x = Re(z) > 0$ e $Im(z) \neq 0$, quindi le soluzioni del sistema sono $z_0 = 2e^{\frac{\pi}{8}i}$ e $z_3 = 2e^{\frac{13\pi}{8}i}$.



4. Il limite vale $\ell = \frac{3}{2}$.

5. La funzione è continua da sinistra e discontinua da destra in $x = 0$. In particolare, se $\alpha > 0$ si ha un punto di salto in $x = 0$, mentre se $\alpha \leq 0$ si ha un punto di discontinuità di seconda specie.

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (0, +\infty)$;

Limiti: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale destro,

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, quindi non si ha asintoto orizzontale. $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, quindi non si ha nemmeno asintoto obliquo.

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{2(5 + \log x)}{x}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari: $x = e^{-5}$;

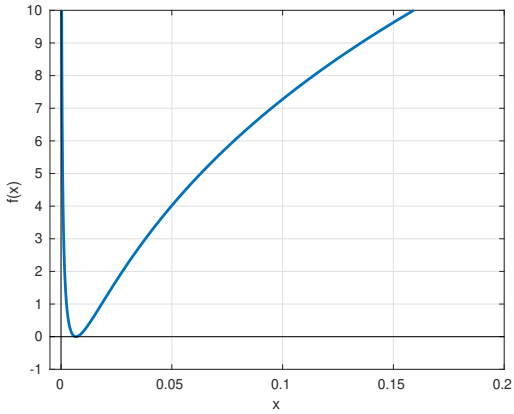
Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq e^{-5}$, quindi f è decrescente in $]0, e^{-5}[$ e crescente in $]e^{-5}, +\infty[$; $x = e^{-5}$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è illimitata superiormente;

Derivata seconda, Concavità/convessità:

$$f''(x) = -\frac{2(4+\log x)}{x^2}$$

$f''(x) \geq 0$ quando $0 < x \leq e^{-4}$, quindi f è convessa in $]0, e^{-4}[$, concava in $]e^{-4}, +\infty[$. $x = e^{-4}$ è punto di flesso.



Fila 2

1. $dom(f) = \{x \in \mathbb{R} : \ 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, \ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \ \forall k \in \mathbb{Z}\}$; $f(x) \geq 0$ per $x \in (0, \frac{\pi}{4}]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $Im(f) = [0, +\infty)$.
$\inf(Im(f)) = \min(Im(f)) = 0$, $\sup(Im(f)) = +\infty$, $\nexists \max(Im(f))$ in quanto f è illimitata.

3. Le radici della prima equazione sono $z_0 = 3e^{\frac{\pi}{8}i}$, $z_1 = 3e^{\frac{5\pi}{8}i}$ $z_2 = 3e^{\frac{9\pi}{8}i}$ $z_3 = 3e^{\frac{13\pi}{8}i}$. La disequazione è soddisfatta quando $x = Re(z) > 0$ e $Im(z) \neq 0$, quindi le soluzioni del sistema sono $z_0 = 3e^{\frac{\pi}{8}i}$ e $z_3 = 3e^{\frac{13\pi}{8}i}$.

4. Il limite vale $\ell = \frac{5}{2}$.

5. La funzione è continua da sinistra e discontinua da destra in $x = 0$. In particolare, se $\alpha > 0$ si ha un punto di salto in $x = 0$, mentre se $\alpha \leq 0$ si ha un punto di discontinuità di seconda specie.

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (0, +\infty)$;

Limiti: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale destro,

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, quindi non si ha asintoto orizzontale. $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, quindi non si ha nemmeno asintoto obliquo.

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{2(4+\log x)}{x}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari: $x = e^{-4}$;

Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq e^{-4}$, quindi f è decrescente in $]0, e^{-4}[$ e crescente in $]e^{-4}, +\infty[$; $x = e^{-4}$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è illimitata superiormente;

Derivata seconda, Concavità/convessità:

$$f''(x) = -\frac{2(3 + \log x)}{x^2}$$

$f''(x) \geq 0$ quando $0 < x \leq e^{-3}$, quindi f è convessa in $]0, e^{-3}[$, concava in $]e^{-3}, +\infty[$. $x = e^{-3}$ è punto di flesso.

Fila 3

1. $dom(f) = \{x \in \mathbb{R} : \ 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, \ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \ \forall k \in \mathbb{Z}\}$; $f(x) \geq 0$ per $x \in (0, \frac{\pi}{4}]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $Im(f) = [0, +\infty)$.
$\inf(Im(f)) = \min(Im(f)) = 0$, $\sup(Im(f)) = +\infty$, $\nexists \max(Im(f))$ in quanto f è illimitata.

3. Le radici della prima equazione sono $z_0 = 4e^{\frac{\pi}{8}i}$, $z_1 = 4e^{\frac{5\pi}{8}i}$ $z_2 = 4e^{\frac{9\pi}{8}i}$ $z_3 = 4e^{\frac{13\pi}{8}i}$. La disequazione è soddisfatta quando $x = Re(z) > 0$ e $Im(z) \neq 0$, quindi le soluzioni del sistema sono $z_0 = 4e^{\frac{\pi}{8}i}$ e $z_3 = 4e^{\frac{13\pi}{8}i}$.

4. Il limite vale $\ell = \frac{7}{2}$.

5. La funzione è continua da sinistra e discontinua da destra in $x = 0$. In particolare, se $\alpha > 0$ si ha un punto di salto in $x = 0$, mentre se $\alpha \leq 0$ si ha un punto di discontinuità di seconda specie.

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (0, +\infty)$;

Limiti: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale destro,

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, quindi non si ha asintoto orizzontale. $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, quindi non si ha nemmeno asintoto obliquo.

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{2(3 + \log x)}{x}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari: $x = e^{-3}$;

Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq e^{-3}$, quindi f è decrescente in $]0, e^{-3}[$ e crescente in $]e^{-3}, +\infty[$; $x = e^{-3}$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è illimitata superiormente;

Derivata seconda, Concavità/convessità:

$$f''(x) = -\frac{2(2 + \log x)}{x^2}$$

$f''(x) \geq 0$ quando $0 < x \leq e^{-2}$, quindi f è convessa in $]0, e^{-2}[$, concava in $]e^{-2}, +\infty[$. $x = e^{-2}$ è punto di flesso.

Fila 4

1. $dom(f) = \{x \in \mathbb{R} : \ 2k\pi < x < \pi + 2k\pi, \ x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, \ \forall k \in \mathbb{Z}\}$; $f(x) \geq 0$ per $x \in (0, \frac{\pi}{4}]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $Im(f) = [0, +\infty)$.
$\inf(Im(f)) = \min(Im(f)) = 0$, $\sup(Im(f)) = +\infty$, $\nexists \max(Im(f))$ in quanto f è illimitata.

3. Le radici della prima equazione sono $z_0 = 5e^{\frac{\pi}{8}i}$, $z_1 = 5e^{\frac{5\pi}{8}i}$ $z_2 = 5e^{\frac{9\pi}{8}i}$ $z_3 = 5e^{\frac{13\pi}{8}i}$. La disequazione è soddisfatta quando $x = Re(z) > 0$ e $Im(z) \neq 0$, quindi le soluzioni del sistema sono $z_0 = 5e^{\frac{\pi}{8}i}$ e $z_3 = 5e^{\frac{13\pi}{8}i}$.

4. Il limite vale $\ell = \frac{9}{2}$.

5. La funzione è continua da sinistra e discontinua da destra in $x = 0$. In particolare, se $\alpha > 0$ si ha un punto di salto in $x = 0$, mentre se $\alpha \leq 0$ si ha un punto di discontinuità di seconda specie.

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (0, +\infty)$;

Limiti: $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale destro,

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, quindi non si ha asintoto orizzontale. $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, quindi non si ha nemmeno asintoto obliquo.

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{2(2 + \log x)}{x}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari: $x = e^{-2}$;

Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ quando $x \geq e^{-2}$, quindi f è decrescente in $]0, e^{-2}[$ e crescente in $]e^{-2}, +\infty[$; $x = e^{-2}$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario;

La funzione non ammette punti di massimo assoluto in quanto è illimitata superiormente;

Derivata seconda, Concavità/convessità:

$$f''(x) = -\frac{2(1 + \log x)}{x^2}$$

$f''(x) \geq 0$ quando $0 < x \leq e^{-1}$, quindi f è convessa in $]0, e^{-1}[$, concava in $]e^{-1}, +\infty[$. $x = e^{-1}$ è punto di flesso.