

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (e^{1/n} - 1)^2$$

[punti 1.5]**Esercizio 2** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[(-1)^n \frac{n+5}{n^2} - \left(\frac{3}{2}\right)^n \right]$$

[punti 3.5]**Esercizio 3** Calcolare la media integrale della funzione

$$f(x) = \left(1 - \frac{9}{2}x\right) e^x$$

sull'intervallo $[-1, 1]$.**[punti 2]****Esercizio 4** Calcolare l'integrale

$$\int_0^3 \frac{x^3 + 9x + 3}{x^2 + 9} dx$$

[punti 3]

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1

- (a). Scrivere la definizione di derivata prima in un punto e di funzione derivabile in un punto. Qual è il significato geometrico di derivata prima in un punto?
- (b). Scrivere l'equazione della retta tangente ad f nel punto x_0 , quindi calcolare la retta tangente a $f(x) = \arctan(x)$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{4}$ e disegnare la funzione e la retta tangente.
- (c). Scrivere l'enunciato del teorema di Rolle e dimostrarlo.

Domanda 2

- (a). Scrivere la definizione di serie numerica, definire la successione delle somme parziali (o ridotte) e dare la definizione di serie convergente, divergente, indeterminata, riportando un esempio per ognuno dei tre casi.
- (b). Enunciare e dimostrare la condizione necessaria delle serie convergenti. Quindi riportare un esempio che illustri il teorema.
- (c). Riportare un esempio che mostri che il viceversa del teorema precedente non è vero.

Domanda 3

- (a). Scrivere la definizione di funzione localmente integrabile.
- (b). Scrivere la definizione di funzione integrale $\mathcal{F}_{x_0}(x)$ di una funzione $f(t)$.
- (c). Enunciare il primo teorema fondamentale del calcolo integrale.
- (d). Sia

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Posto $x_0 = -1$, scrivere l'espressione esplicita della funzione integrale $\mathcal{F}_{x_0}(x)$ di f (non deve cioè rimanere il simbolo di integrale).

$\mathcal{F}_{x_0}(x)$ così costruita è una primitiva di f sull'intervallo $[-1, 1]$? Giustificare la risposta.