

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 - (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
 - (c). TEMPO a disposizione: 120 min.
-

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{7(\pi^2 - 16x^2)}{|\cos x \cdot \log(\sin x)|}$$

determinare $\text{dom}(f)$ e dire per quali valori $x \in \text{dom}(f)$, risulta $f(x) \geq 0$.**[punti 3]**

Esercizio 2 Disegnare il grafico di $f(x) = |x|$ specificandone il dominio e l'insieme immagine.**[punti 1]**

Determinare inf e sup dell'insieme immagine e, qualora esistano, max e min dell'insieme immagine.

[punti 1]

Esercizio 3 Determinare in campo complesso le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} z^4 + 2^4 \bar{i} = 0 \\ \text{Im} \left(\frac{z^2}{\text{Im}(z)} + 6iz + \frac{e^{i\pi}}{1-i} \text{Re}(z) \right) > 0 \end{cases}$$

e rappresentarle sul piano cartesiano.

[punti 5]

Esercizio 4 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n + 7} - n}{\log(n+1)^n - \log n^n}$$

[punti 2]

Esercizio 5 Discutere la continuità di

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4 \log(1-x) + 2x(2+3x)}{x^2} & \text{se } x < 0 \\ 4 & \text{se } x = 0 \\ x^\alpha \sin \frac{1}{x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

in $x = 0$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e classificare l'eventuale punto di discontinuità.

[punti 3]

Esercizio 6 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = (5 + \log x)^2.$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

[punti 1.5]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 1]

Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

[punti 1.5]

Calcolare la derivata seconda e studiare la convessità/concavità della funzione e la presenza di eventuali punti di flesso.

[punti 2.5]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 1]
