

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
- CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
- TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{|64 - x^2|}} \log\left(\frac{2x}{x+1}\right),$$

determinare $\text{dom}(f)$.**[punti 3]****Esercizio 2** Disegnare il grafico di $f(x) = \tan(x)$ specificandone il dominio e l'insieme immagine. Quindi determinare i valori $x \in \text{dom}(f)$ tali che $f(x) > 0$.**[punti 1]**Scrivere l'espressione della funzione inversa di $f(x)$ specificando il dominio e l'insieme immagine.**[punti 1]****Esercizio 3** Scrivere in forma esponenziale il numero complesso

$$w = \left| e^{i\frac{5}{4}} \right| \left(\frac{\sqrt{3}i - 1}{2} \right) \text{Im} \left(\frac{6}{2+i} \right)$$

[punti 2.5]**Esercizio 4** Calcolare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^3 + 7i = 0,$$

e rappresentarle sul piano cartesiano.

[punti 2.5]

Esercizio 5 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3} - n}{\sin\left(\frac{2}{(n+1)^2}\right) (n+6)}$$

[punti 2]

Esercizio 6 Discutere la continuità di

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{5x} - 1}{x} - 5 & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{\tan(x) - 5x^2 - \log(1+x)}{x^2} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

in $x = 0$ e classificare l'eventuale punto di discontinuità.

[punti 3]

Esercizio 7 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \arctan(2xe^x).$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

[punti 2]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 2]

Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

[punti 1.5]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 1]

Senza calcolare la derivata seconda, ma solamente in base alle informazioni ottenute finora, discutere la possibile presenza di punti di flesso e la convessità/concavità della funzione.

[punti 1]
