Analisi Matematica 1 - Appello 10 febbraio 2023

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome ....

Firma.......................................Matricola..

Seconda prova – Tempo a disposizione: 1 ora

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1

(a). Scrivere la definizione di funzione continua in un punto.

(b). Specificare la definizione di funzione continua in un punto nel caso il punto sia di accumulazione per il dominio della funzione.

(c). Classificare le 4 tipologie di punto di discontinuità e fornire un esempio grafico per ogni tipologia.

(d). Enunciare il teorema di Weierstrass per le funzioni continue, riportando un esempio (costituito da funzione e intervallo) per cui vale la tesi del teorema ed un esempio per cui non vale la tesi del teorema.

Domanda 2

(a). Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per le serie convergenti.

(b). Enunciare il criterio del confronto asintotico per le serie.

(c). Conoscendo il comportamento della serie $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{n^2}$, applicare il criterio del confronto asintotico per studiare il comportamento della serie $\displaystyle\sum_{n=3}^{\infty}[\log(n^2+1)-\log(n^2)]$.

Domanda 3

(a). La funzione $f(x) = \frac{1}{x}$ soddisfa le ipotesi per poter calcolare l'integrale secondo Riemann sull'intervallo $[0, 1]$? Perchè?

(b). Dire se l'affermazione *"Se f è derivabile su $[a, b]$, allora f è integrabile secondo Riemann su $[a, b]$. "* è vera o falsa. Nel caso sia vera giustificare il perché, nel caso sia falsa produrre un controesempio.

(c). Data f integrabile secondo Riemann su $[a, b]$, definire la sua media integrale e darne l'interpretazione geometrica.

(d). Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.