

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{x}{|x^2 - 4|}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.**[punti 2]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**[punti 3]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**[punti 2]**Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**[punti 2]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.**[punti 1]**Senza calcolare la derivata seconda, ma utilizzando le informazioni fin qui trovate sulla funzione, dire se f ammette dei punti di flesso nell'intervallo $] - 2, 2[$ e giustificare la risposta.**[punti 1]**

Esercizio 2 Sia

$$w = \frac{(\bar{z} - 3i)^2}{\operatorname{Re}(z)} - \frac{z^2}{e^{-i\frac{\pi}{2}}} + 2i |e^{i4|z|}| - iz\bar{z},$$

determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che $w \in \mathbb{R}$.

[punti 5]

Esercizio 3 Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n+1} + \log(n^9 + 1)}{(n + 7)!}$$

[punti 4]

Esercizio 4 Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(2x) + 2x - e^{2x}}{\log(1+x)} & \text{se } x > 0 \\ \frac{7(\arctan x - x)}{e^x + 1} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Studiare la continuità e la derivabilità di f in $x = 0$ e classificare l'eventuale punto di discontinuità o di non derivabilità

[punti 5]

Esercizio 5 Calcolare l'area del trapezoide sotteso alla funzione

$$f(x) = (x - 3) \log x$$

sull'intervallo $[1, 2]$.

[punti 5]
