

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1} + \log |x - 1|$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.**[punti 1.5]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**[punti 3]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**[punti 2]**Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**[punti 2]**Calcolare la funzione derivata seconda di f .**[punti 1]**Studiare la concavità e convessità di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti di flesso.**[punti 2]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.**[punti 1.5]**

Esercizio 2 Calcolare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ del sistema

$$\begin{cases} z^3 + 3^3|e^i| = 0 \\ |z + 3| > 3 \end{cases}$$

[Si consiglia di rappresentare graficamente sul piano complesso le soluzioni dell'equazione e della disequazione]

[punti 4]

Esercizio 3 Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9(e^x - 1)(e^x - 1 - \sin x)}{\log\left(1 + \frac{2x^4 + 2x^5}{\sin x}\right)}$$

[punti 4]

Esercizio 4 Dopo aver stabilito se la serie è a termini positivi, a segno alterno, o di segno qualsiasi, studiarne il comportamento (ovvero dire se la serie è convergente, divergente o indeterminata)

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{[(n+1)^n + n!] \cdot (\sqrt{n^{2n} + 1} - n^n)}{2 - n^2 \left(\sin\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}\right)}$$

[punti 5]

Esercizio 5 Dopo aver calcolato tutte le primitive della funzione

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x - 1} + \log(x - 1)$$

calcolare la media integrale di $f(x)$ sull'intervallo $[2, 4]$.

[punti 4]
