

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = e^{-\left(\frac{x^2}{16} + \frac{1}{x^2}\right)} + 1.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.**[punti 1.5]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**[punti 2]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**[punti 1.5]**Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**[punti 3]**Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$.**[punti 1.5]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.**[punti 1.5]**

Esercizio 2 Calcolare le radici terze complesse di

$$w = \frac{|e^{16i}| \left(\cos \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5} \right)^{10}}{(1+i)^4}$$

e scriverle poi in forma cartesiana. Quindi rappresentarle sul piano complesso.

[punti 5]

Esercizio 3 Si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1+7a^2}{6a^2+5} \right)^n$$

con $a \in \mathbb{R}$.

Dopo aver stabilito se si tratta di una serie armonica o geometrica, e se è a termini positivi o meno, dire per quali valori del parametro a la serie converge.

[punti 4]

Esercizio 4 Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4(\log(x^4) - \log(x^2))}{(x - \sin x + e^{x^3/6} - 1)\log(x^2)} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Studiare la continuità e la derivabilità di f in $x = 0$ e classificare l'eventuale punto di discontinuità o di non derivabilità.

[punti 5]

Esercizio 5 Calcolare l'area del trapezoide sotteso alla funzione

$$f(x) = 3 \frac{\sqrt{\tan x} - 1}{\cos^2 x}$$

sull'intervallo $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$.

[punti 5]
