

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.**[punti 1]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**[punti 2.5]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**[punti 2.5]**Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**[punti 2]**Calcolare la funzione derivata seconda di f .**[punti 2]**Studiare la concavità e convessità di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti di flesso.**[punti 2]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.**[punti 1]**

Esercizio 2 Calcolare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(z - 3)^2 + i \left| 2e^{i\frac{4}{3}\pi} + 2 \right|^2 - (\operatorname{Re}(z))^2 + (\operatorname{Im}(z))^2 = \operatorname{Im}(z\bar{z} + 3).$$

[punti 5]

Esercizio 3 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{n} - e^{1/n} + 1 + \frac{1}{2n^2} \right] \frac{3n^3 \sin\left(\frac{3}{n!}\right)}{\sqrt{1 + \frac{2}{n!}} - 1}$$

[punti 4]

Esercizio 4 Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\alpha [\log(n^5 + 8) - \log(n^5)].$$

[punti 4]

Esercizio 5 Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\log 2} \frac{6}{e^x + 6} dx.$$

[punti 4]
