

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \log(3) - x & x < 0 \\ \log(x + e^x + 2) & x \geq 0. \end{cases}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.**[punti 1]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**[punti 4]**Studiare la continuità di f nel punto $x = 0$ **[punti 1.5]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**[punti 2.5]**Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**[punti 3]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.**[punti 1]**

Esercizio 2 Dopo aver calcolato

$$w = \frac{5\sqrt{2}}{1-i} + \frac{2\left(e^{i\frac{5}{3}\pi}\right)^3}{\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}} - \frac{2}{i},$$

calcolare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^3 - \bar{w} = 0$$

e disegnarle sul piano complesso.

[punti 5]

Esercizio 3 Stabilire se la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(e^{3/\sqrt{n}} - 1 \right)$$

converge assolutamente o semplicemente.

[punti 4]

Esercizio 4 Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3(\sinh(x) - x \cosh(x))}{[1 - \cos(\pi + x)] \cdot [\log(1 + 7x^\alpha) - 7x^\alpha]}$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 4]

Esercizio 5 Calcolare la media integrale della funzione

$$f(x) = \frac{\sin(2x)}{\sqrt{5 \cos^2(x) + 5}}$$

sull'intervallo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

[punti 4]
