Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell' esercizio numero 4 ed è il numero intero che precede il valore del termine destro dell'equazione differenziale.

Fila 1

1. $\text{dom}\, f = [-2\pi, +\infty[$;

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$; $y = 1$ è asintoto orizzontale destro; non ha senso calcolare $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ perché abbiamo limitato il dominio.

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$, e $f(0) = 1$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x > 0$ la funzione è continua perchè composizione e prodotto di funzioni elementari continue, quando $x < 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare;

$$f'(x) = \begin{cases} -\sin(x) & -2\pi \le x < 0 \\ (1-3x)e^{1-3x} & x > 0 \end{cases}$$

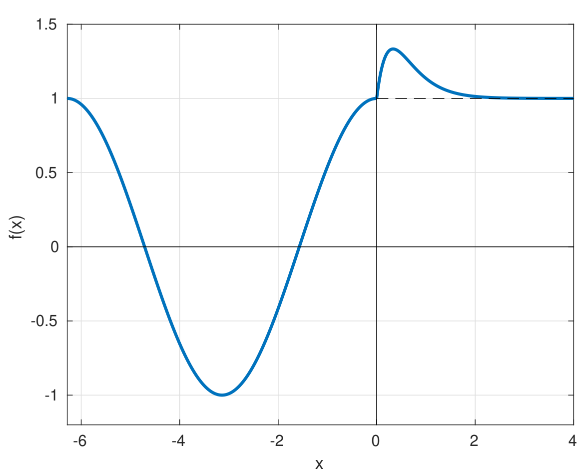
$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = e$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, $\text{dom}\, f' = \text{dom}\, f \setminus \{0\}$;

Quando $x < 0$ (limitatamente all'intervallo $[-2\pi, 0]$) possiamo già disegnare la funzione elementare $\cos(x)$, non c'è bisogno di studiarla. Quindi limitiamo lo studio del segno della derivata prima a quando $x > 0$.

Quando $x > 0$, risulta che $x = 1/3$ è punto stazionario di massimo relativo per f, infatti $f'(x) \ge 0$ (ovvero f è crescente) quando $x \in]0, 1/3[$ e $f'(x) \le 0$ (ovvero f è decrescente) quando $x \in]1/3, +\infty[$.

$$f''(x) = \begin{cases} -\cos(x) & x < 0 \\ 3(3x-2)e^{1-3x} & x > 0 \end{cases}$$

Anche qui limitiamo lo studio del segno di f'' a quando $x > 0$: f presenta un punto di flesso in $]0, \infty[$: $x = 2/3$ ed è convessa in $]2/3, +\infty[$ e concava in $]0, 2/3[$.



Dopo aver rappresentato graficamente f, classifichiamo i punti di estremo su tutto il dominio, incluso quando $x < 0$. Vediamo che:

$x = -\pi$ è punto di minimo relativo e assoluto per f; $x = -2\pi$ è punto di massimo relativo; $x = 1/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; i punti di flesso in totale sono 3: $x = -3\pi/2$, $x = -\pi/2$ e $x = 2/3$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{5}e^{i\pi/3}$, $z_1 = \sqrt[3]{5}e^{\pi i}$, $z_2 = \sqrt[3]{5}e^{i5\pi/3}$.

3. L'integrale vale $1 + \frac{7}{4}\log\frac{1}{3}$.

4. La serie converge per $\alpha \in]-5,5]$, diverge per $\alpha = -5$.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \frac{2}{x^2+1}\left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)$.

Fila 2

1. $\operatorname{dom} f = [-2\pi, +\infty[$;

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$; $y = 1$ è asintoto orizzontale destro; non ha senso calcolare $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ perché abbiamo limitato il dominio.

$\lim_{x\to0^-} f(x) = 1$, $\lim_{x\to0^+} f(x) = 1$, e $f(0) = 1$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x > 0$ la funzione è continua perchè composizione e prodotto di funzioni elementari continue, quando $x < 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare;

$$f'(x) = \begin{cases} -\sin(x) & -2\pi \le x < 0 \\ (1-5x)e^{1-5x} & x > 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to0^+} f'(x) = e$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$;

Quando $x < 0$ (limitatamente all'intervallo $[-2\pi, 0]$) possiamo già disegnare la funzione elementare $\cos(x)$, non c'è bisogno di studiarla. Quindi limitiamo lo studio del segno della derivata prima a quando $x > 0$.

Quando $x > 0$, risulta che $x = 1/5$ è punto stazionario di massimo relativo per f, infatti $f'(x) \ge 0$ (ovvero f è crescente) quando $x \in]0, 1/5[$ e $f'(x) \le 0$ (ovvero f è decrescente) quando $x \in]1/5, +\infty[$.

$$f''(x) = \begin{cases} -\cos(x) & x < 0 \\ 5(5x-2)e^{1-5x} & x > 0 \end{cases}$$

Anche qui limitiamo lo studio del segno di f'' a quando $x > 0$: f presenta un punto di flesso in $]0,\infty[$: $x = 2/5$ ed è convessa in $]2/5, +\infty[$ e concava in $]0, 2/5[$.

Dopo aver rappresentato graficamente f, classifichiamo i punti di estremo su tutto il dominio, incluso quando $x < 0$. Vediamo che:

$x = -\pi$ è punto di minimo relativo e assoluto per f; $x = -2\pi$ è punto di massimo relativo; $x = 1/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; i punti di flesso in totale sono 3: $x = -3\pi/2$, $x = -\pi/2$ e $x = 2/5$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{4}e^{i\pi/3}$, $z_1 = \sqrt[3]{4}e^{\pi i}$, $z_2 = \sqrt[3]{4}e^{i5\pi/3}$.

3. L'integrale vale $1 + \frac{9}{4} \log \frac{1}{3}$.

4. La serie converge per $\alpha \in]-4, 4]$, diverge per $\alpha = -4$.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \frac{3}{x^2+1} \left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)$.

Fila 3

1. $\operatorname{dom} f = [-2\pi, +\infty[$;

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$; $y = 1$ è asintoto orizzontale destro; non ha senso calcolare $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ perché abbiamo limitato il dominio.

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$, e $f(0) = 1$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x > 0$ la funzione è continua perchè composizione e prodotto di funzioni elementari continue, quando $x < 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare;

$$f'(x) = \begin{cases} -\sin(x) & -2\pi \le x < 0 \\ (1-7x)e^{1-7x} & x > 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = e$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$;

Quando $x < 0$ (limitatamente all'intervallo $[-2\pi, 0]$) possiamo già disegnare la funzione elementare $\cos(x)$, non c'è bisogno di studiarla. Quindi limitiamo lo studio del segno della derivata prima a quando $x > 0$.

Quando $x > 0$, risulta che $x = 1/7$ è punto stazionario di massimo relativo per f, infatti $f'(x) \ge 0$ (ovvero f è crescente) quando $x \in]0, 1/7[$ e $f'(x) \le 0$ (ovvero f è decrescente) quando $x \in]1/7, +\infty[$.

$$f''(x) = \begin{cases} -\cos(x) & x < 0 \\ 7(7x-2)e^{1-7x} & x > 0 \end{cases}$$

Anche qui limitiamo lo studio del segno di f'' a quando $x > 0$: f presenta un punto di flesso in $]0, \infty[$: $x = 2/7$ ed è convessa in $]2/7, +\infty[$ e concava in $]0, 2/7[$.

Dopo aver rappresentato graficamente f, classifichiamo i punti di estremo su tutto il dominio, incluso quando $x < 0$. Vediamo che:

$x = -\pi$ è punto di minimo relativo e assoluto per f; $x = -2\pi$ è punto di massimo relativo; $x = 1/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; i punti di flesso in totale sono 3: $x = -3\pi/2$, $x = -\pi/2$ e $x = 2/7$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{3}e^{i\pi/3}$, $z_1 = \sqrt[3]{3}e^{\pi i}$, $z_2 = \sqrt[3]{3}e^{i5\pi/3}$.

3. L'integrale vale $1 + \frac{11}{4} \log \frac{1}{3}$.

4. La serie converge per $\alpha \in]-3, 3]$, diverge per $\alpha = -3$.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \frac{4}{x^2+1} \left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)$.

Fila 4

1. $\mathrm{dom}\, f = [-2\pi, +\infty[$;

$\lim_{x\to\infty} f(x) = 1$; $y = 1$ è asintoto orizzontale destro; non ha senso calcolare $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ perché abbiamo limitato il dominio.

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$, e $f(0) = 1$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x > 0$ la funzione è continua perchè composizione e prodotto di funzioni elementari continue, quando $x < 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare;

$$f'(x) = \begin{cases} -\sin(x) & -2\pi \le x < 0 \\ (1-9x)e^{1-9x} & x > 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = e$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, $\mathrm{dom}\, f' = \mathrm{dom}\, f \setminus \{0\}$;

Quando $x < 0$ (limitatamente all'intervallo $[-2\pi, 0]$) possiamo già disegnare la funzione elementare $\cos(x)$, non c'è bisogno di studiarla. Quindi limitiamo lo studio del segno della derivata prima a quando $x > 0$.

Quando $x > 0$, risulta che $x = 1/9$ è punto stazionario di massimo relativo per f, infatti $f'(x) \ge 0$ (ovvero f è crescente) quando $x \in]0, 1/9[$ e $f'(x) \le 0$ (ovvero f è decrescente) quando $x \in]1/9, +\infty[$.

$$f''(x) = \begin{cases} -\cos(x) & x < 0 \\ 9(9x-2)e^{1-9x} & x > 0 \end{cases}$$

Anche qui limitiamo lo studio del segno di f'' a quando $x > 0$: f presenta un punto di flesso in $]0, \infty[$: $x = 2/9$ ed è convessa in $]2/9, +\infty[$ e concava in $]0, 2/9[$.

Dopo aver rappresentato graficamente f, classifichiamo i punti di estremo su tutto il dominio, incluso quando $x < 0$. Vediamo che:

$x = -\pi$ è punto di minimo relativo e assoluto per f; $x = -2\pi$ è punto di massimo relativo; $x = 1/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; i punti di flesso in totale sono 3: $x = -3\pi/2$, $x = -\pi/2$ e $x = 2/9$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{2}e^{i\pi/3}$, $z_1 = \sqrt[3]{2}e^{\pi i}$, $z_2 = \sqrt[3]{2}e^{i5\pi/3}$.

3. L'integrale vale $1 + \frac{13}{4}\log\frac{1}{3}$.

4. La serie converge per $\alpha \in]-2, 2]$, diverge per $\alpha = -2$.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \frac{5}{x^2+1}\left(\frac{1}{3}x^3 + x\right)$.