Analisi Matematica 1 - Appello 12 luglio 2022

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell' esercizio numero 5 ed è il valore di $y(0)$.

Fila 1

1. dom $f =]-\infty, +\infty[$;

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $y = x - \frac{3}{2}$ è asintoto obliquo destro, $y = -x + \frac{3}{2}$ è asintoto obliquo sinistro, la funzione non ammette altri asinototi.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{|x^2 - 3x + 2|}} \cdot \frac{|x^2 - 3x + 2|}{x^2 - 3x + 2} \cdot (2x - 3)$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}(f) \setminus \{1, 2\}$;

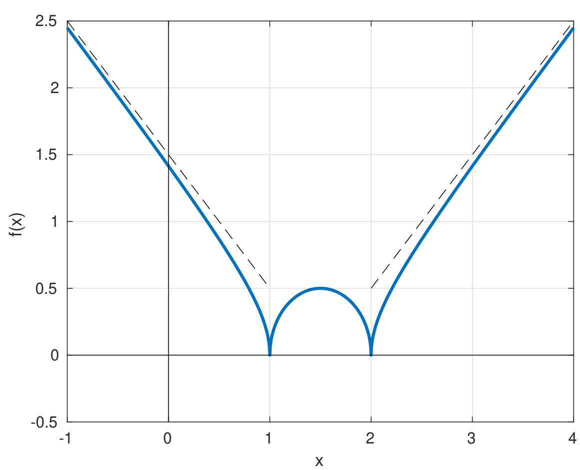
$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f'(x) = +\infty$, $x = 1$ è punto di cuspide; $\lim_{x\to 2^-} f'(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 2^+} f'(x) = +\infty$, $x = 2$ è punto di cuspide;

poiché $\frac{1}{\sqrt{|x^2-3x+2|}}$ e $|x^2 - 3x + 2|$ sono sempre strettamente positivi nel dominio della derivata prima, si ha che il segno di $f'(x)$ è determinato da

$$\frac{(2x - 3)}{x^2 - 3x + 2},$$

quindi, f è crescente in $]1, \frac{3}{2}[\cup]2, +\infty[$ e decrescente in $]-\infty, 1[\cup]\frac{3}{2}, 2[$;

$x = 1$ e $x = 2$ sono punti di minimo relativo e assoluto singolari, mentre $x = \frac{3}{2}$ è punto di massimo relativo stazionario; f non ammette punti di massimo assoluto in quanto è superiormente illimitata.



2. Le soluzioni del sistema sono $z_0 = \sqrt[4]{7}e^{i\pi/4}$ e $z_1 = \sqrt[4]{7}e^{i3\pi/4}$.

3. Il limite vale $\ell = -\frac{9}{16}$.

4. La serie converge.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \frac{2+x+\sin(x)\cos(x)}{2\cos(x)}$.

Fila 2

1. dom $f =]-\infty, +\infty[$;

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $y = x-2$ è asintoto obliquo destro, $y = -x+2$ è asintoto obliquo sinistro, la funzione non ammette altri asinototi.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{|x^2-4x+3|}} \cdot \frac{|x^2-4x+3|}{x^2-4x+3} \cdot (2x-4)$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}(f) \setminus \{1,3\}$;

$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f'(x) = +\infty$, $x = 1$ è punto di cuspide; $\lim_{x\to 3^-} f'(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 3^+} f'(x) = +\infty$, $x = 3$ è punto di cuspide;

poiché $\frac{1}{\sqrt{|x^2-4x+3|}}$ e $|x^2-4x+3|$ sono sempre strettamente positivi nel dominio della derivata prima, si ha che il segno di $f'(x)$ è determinato da

$$\frac{(2x-4)}{x^2-4x+3},$$

quindi, f è crescente in $]1,2[\cup]3,+\infty[$ e decrescente in $]-\infty,1[\cup]2,3[$;

$x = 1$ e $x = 3$ sono punti di minimo relativo e assoluto singolari, mentre $x = 2$ è punto di massimo relativo stazionario; f non ammette punti di massimo assoluto in quanto è superiormente illimitata.

2. Le soluzioni del sistema sono $z_0 = \sqrt[4]{6}e^{i\pi/4}$ e $z_1 = \sqrt[4]{6}e^{i3\pi/4}$.

3. Il limite vale $\ell = -\frac{15}{16}$.

4. La serie converge.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \frac{4+x+\sin(x)\cos(x)}{2\cos(x)}$.

Fila 3

1. dom $f =]-\infty, +\infty[$;

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; $y = x-\frac{5}{2}$ è asintoto obliquo destro, $y = -x+\frac{5}{2}$ è asintoto obliquo sinistro, la funzione non ammette altri asinototi.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{|x^2-5x+4|}} \cdot \frac{|x^2-5x+4|}{x^2-5x+4} \cdot (2x-5)$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}(f) \setminus \{1,4\}$;

$\lim_{x\to 1^-} f'(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f'(x) = +\infty$, $x = 1$ è punto di cuspide; $\lim_{x\to 4^-} f'(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 4^+} f'(x) = +\infty$, $x = 4$ è punto di cuspide;

poiché $\frac{1}{\sqrt{|x^2-5x+4|}}$ e $|x^2-5x+4|$ sono sempre strettamente positivi nel dominio della derivata prima, si ha che il segno di $f'(x)$ è determinato da

$$\frac{(2x-5)}{x^2-5x+4},$$

quindi, f è crescente in $]1,\frac{5}{2}[\cup]4,+\infty[$ e decrescente in $]-\infty,1[\cup]\frac{5}{2},4[$;

$x=1$ e $x=4$ sono punti di minimo relativo e assoluto singolari, mentre $x=\frac{5}{2}$ è punto di massimo relativo stazionario; f non ammette punti di massimo assoluto in quanto è superiormente illimitata.

2. Le soluzioni del sistema sono $z_0=\sqrt[4]{5}e^{i\pi/4}$ e $z_1=\sqrt[4]{5}e^{i3\pi/4}$.

3. Il limite vale $\ell=-\frac{21}{16}$.

4. La serie converge.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x)=\frac{6+x+\sin(x)\cos(x)}{2\cos(x)}$.

Fila 4

1. $\operatorname{dom} f=]-\infty,+\infty[$;

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$; $y=x-3$ è asintoto obliquo destro, $y=-x+3$ è asintoto obliquo sinistro, la funzione non ammette altri asinototi.

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{|x^2-6x+5|}}\cdot\frac{|x^2-6x+5|}{x^2-6x+5}\cdot(2x-6)$$

$\operatorname{dom}(f')=\operatorname{dom}(f)\setminus\{1,5\}$;

$\lim_{x\to1^-} f'(x)=-\infty$, $\lim_{x\to1^+} f'(x)=+\infty$, $x=1$ è punto di cuspide; $\lim_{x\to5^-} f'(x)=-\infty$, $\lim_{x\to5^+} f'(x)=+\infty$, $x=5$ è punto di cuspide;

poiché $\frac{1}{\sqrt{|x^2-6x+5|}}$ e $|x^2-6x+5|$ sono sempre strettamente positivi nel dominio della derivata prima, si ha che il segno di $f'(x)$ è determinato da

$$\frac{(2x-6)}{x^2-6x+5},$$

quindi, f è crescente in $]1,3[\cup]5,+\infty[$ e decrescente in $]-\infty,1[\cup]3,5[$;

$x=1$ e $x=5$ sono punti di minimo relativo e assoluto singolari, mentre $x=3$ è punto di massimo relativo stazionario; f non ammette punti di massimo assoluto in quanto è superiormente illimitata.

2. Le soluzioni del sistema sono $z_0=\sqrt[4]{4}e^{i\pi/4}$ e $z_1=\sqrt[4]{4}e^{i3\pi/4}$.

3. Il limite vale $\ell=-\frac{27}{16}$.

4. La serie converge.

5. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x)=\frac{8+x+\sin(x)\cos(x)}{2\cos(x)}$.
