Analisi Matematica 1 - Appello 10 febbraio 2022

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell' esercizio con l'integrale improprio ed è il numero intero che precede l'estremo destro dell'intervallo di integrazione.

Fila 1

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; f non presenta simmetrie;

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 2$; $y = 2$ è asintoto orizzontale sinistro; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ non esiste. f non ammette asintoti orizzontali, nè obliqui destri.

$\lim_{x\to0^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to0^+} f(x) = 0$, e $f(0) = 0$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x < 0$ la funzione è continua perchè composizione di funzioni elementari continue, quando $x > 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare continua;

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x^2}e^{1/x} & x < 0 \\ 2\cos x & x > 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to0^+} f'(x) = 1$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, $\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

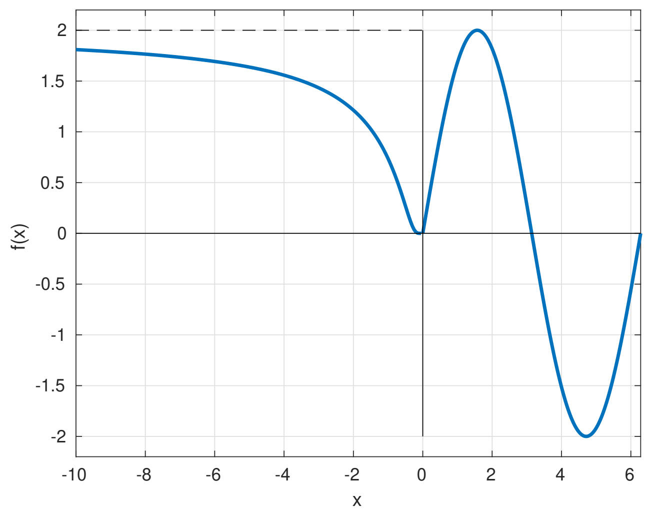
f presenta infiniti punti stazionari quando $x > 0$, i punti stazionari nell'intervallo $[0, 2\pi]$ sono $x = \pi/2$ e $x = 3\pi/2$; f non presenta punti stazionari quando $x < 0$;

f è decrescente in $]-\infty, 0[\cup]\pi/2, 3\pi/2[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$); f è crescente in $]0, \pi/2[\cup]3\pi/2, 2\pi[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$);

$x = 0$ è punto di minimo relativo; $x = \pi/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; $x = 3\pi/2$ è punto di minimo relativo e assoluto;

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^4}e^{1/x}(2x + 1) & x < 0 \\ -2\sin x & x > 0 \end{cases}$$

f presenta 2 punti di flesso in $]-\infty, 2\pi[$: $x = -1/2$, $x = \pi$. Se si tiene conto poi della periodicità della funzione, anche il punto $x = 2\pi$ sarà un altro punto di flesso.



2. Il luogo geometrico è la parabola di equazione $x = \frac{2}{7}(-y^2 + 1)$.

3. L'integrale converge per ogni $\beta > 1$.

4. La serie data è una serie geometrica che converge quando $\left|\dfrac{4+a}{1-a}\right| < 1$, ovvero per $a < -\frac{3}{2}$.

La somma della serie vale $s = \frac{a-1}{3+2a}$.

5. La soluzione del problema di Cauchy in un intorno del punto $x = 0$ è $y(x) = \frac{1}{2}\log\left(\left|\frac{x-2}{x-1}\right| - 1\right)$.

Prendendo $|x| < 1$, possiamo riscrivere la soluzione come $y(x) = -\frac{1}{2}\log(1-x)$.

Fila 2

1. dom $f = \mathbb{R}$; f non presenta simmetrie;

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 3$; $y = 3$ è asintoto orizzontale sinistro; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ non esiste. f non ammette asintoti orizzontali, nè obliqui destri.

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$, e $f(0) = 0$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x < 0$ la funzione è continua perchè composizione di funzioni elementari continue, quando $x > 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare continua;

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{3}{x^2}e^{1/x} & x < 0 \\ 3\cos x & x > 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = 1$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, dom $f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

f presenta infiniti punti stazionari quando $x > 0$, i punti stazionari nell'intervallo $[0, 2\pi]$ sono $x = \pi/2$ e $x = 3\pi/2$; f non presenta punti stazionari quando $x < 0$;

f è decrescente in $]-\infty, 0[\cup]\pi/2, 3\pi/2[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$); f è crescente in $]0, \pi/2[\cup]3\pi/2, 2\pi[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$);

$x = 0$ è punto di minimo relativo; $x = \pi/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; $x = 3\pi/2$ è punto di minimo relativo e assoluto;

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} e^{1/x}(2x+1) & x < 0 \\ -3\sin x & x > 0 \end{cases}$$

f presenta 2 punti di flesso in $]-\infty, 2\pi[$: $x = -1/2$, $x = \pi$. Se si tiene conto poi della periodicità della funzione, anche il punto $x = 2\pi$ sarà un altro punto di flesso.

2. Il luogo geometrico è la parabola di equazione $x = \frac{2}{9}(-y^2 + 1)$.

3. L'integrale converge per ogni $\beta > 1$.

4. La serie data è una serie geometrica che converge quando $\left|\dfrac{6+a}{1-a}\right| < 1$, ovvero per $a < -\frac{5}{2}$.

La somma della serie vale $s = \frac{a-1}{5+2a}$.

5. La soluzione del problema di Cauchy in un intorno del punto $x = 0$ è $y(x) = \frac{1}{3}\log\left(\left|\frac{x-2}{x-1}\right| - 1\right)$.

Prendendo $|x| < 1$, possiamo riscrivere la soluzione come $y(x) = -\frac{1}{3}\log(1-x)$.

Fila 3

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; f non presenta simmetrie;

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 4$; $y = 4$ è asintoto orizzontale sinistro; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ non esiste. f non ammette asintoti orizzontali, nè obliqui destri.

$\lim_{x\to 0^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$, e $f(0) = 0$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x < 0$ la funzione è continua perchè composizione di funzioni elementari continue, quando $x > 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare continua;

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{4}{x^2} e^{1/x} & x < 0 \\ 4\cos x & x > 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = 1$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, $\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$;

f presenta infiniti punti stazionari quando $x > 0$, i punti stazionari nell'intervallo $[0, 2\pi]$ sono $x = \pi/2$ e $x = 3\pi/2$; f non presenta punti stazionari quando $x < 0$;

f è decrescente in $]-\infty, 0[\cup]\pi/2, 3\pi/2[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$); f è crescente in $]0, \pi/2[\cup]3\pi/2, 2\pi[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$);

$x = 0$ è punto di minimo relativo; $x = \pi/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; $x = 3\pi/2$ è punto di minimo relativo e assoluto;

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{4}{x^4} e^{1/x}(2x+1) & x < 0 \\ -4\sin x & x > 0 \end{cases}$$

f presenta 2 punti di flesso in $]-\infty, 2\pi[$: $x = -1/2$, $x = \pi$. Se si tiene conto poi della periodicità della funzione, anche il punto $x = 2\pi$ sarà un altro punto di flesso.

2. Il luogo geometrico è la parabola di equazione $x = \frac{2}{11}(-y^2+1)$.

3. L'integrale converge per ogni $\beta > 1$.

4. La serie data è una serie geometrica che converge quando $\left|\dfrac{8+a}{1-a}\right| < 1$, ovvero per $a < -\frac{7}{2}$.

La somma della serie vale $s = \frac{a-1}{7+2a}$.

5. La soluzione del problema di Cauchy in un intorno del punto $x = 0$ è $y(x) = \frac{1}{4}\log\left(\left|\frac{x-2}{x-1}\right| - 1\right)$.

Prendendo $|x| < 1$, possiamo riscrivere la soluzione come $y(x) = -\frac{1}{4}\log(1-x)$.

Fila 4

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; f non presenta simmetrie;

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 5$; $y = 5$ è asintoto orizzontale sinistro; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ non esiste. f non ammette asintoti orizzontali, nè obliqui destri.

$\lim_{x\to0^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to0^+} f(x) = 0$, e $f(0) = 0$, quindi f è continua in $x = 0$; quando $x < 0$ la funzione è continua perchè composizione di funzioni elementari continue, quando $x > 0$ la funzione è continua perchè funzione elementare continua;

$$f'(x) = \begin{cases} -\frac{5}{x^2}e^{1/x} & x < 0 \\ 5\cos x & x > 0 \end{cases}$$

$\lim_{x\to0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x\to0^+} f'(x) = 1$, quindi f non è derivabile in $x = 0$; $x = 0$ è un punto angoloso per f, $\operatorname{dom} f' = \mathbb{R}\setminus\{0\}$;

f presenta infiniti punti stazionari quando $x > 0$, i punti stazionari nell'intervallo $[0, 2\pi]$ sono $x = \pi/2$ e $x = 3\pi/2$; f non presenta punti stazionari quando $x < 0$;

f è decrescente in $]-\infty, 0[\cup]\pi/2, 3\pi/2[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$); f è crescente in $]0, \pi/2[\cup]3\pi/2, 2\pi[$ (limitatamente a $]-\infty, 2\pi]$);

$x = 0$ è punto di minimo relativo; $x = \pi/2$ è punto di massimo relativo e assoluto; $x = 3\pi/2$ è punto di minimo relativo e assoluto;

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{5}{x^4}e^{1/x}(2x+1) & x < 0 \\ -5\sin x & x > 0 \end{cases}$$

f presenta 2 punti di flesso in $]-\infty, 2\pi[$: $x = -1/2$, $x = \pi$. Se si tiene conto poi della periodicità della funzione, anche il punto $x = 2\pi$ sarà un altro punto di flesso.

2. Il luogo geometrico è la parabola di equazione $x = \frac{2}{13}(-y^2+1)$.

3. L'integrale converge per ogni $\beta > 1$.

4. La serie data è una serie geometrica che converge quando $\left|\dfrac{10+a}{1-a}\right| < 1$, ovvero per $a < -\frac{9}{2}$.

La somma della serie vale $s = \frac{a-1}{9+2a}$.

5. La soluzione del problema di Cauchy in un intorno del punto $x = 0$ è $y(x) = \frac{1}{5}\log\left(\left|\frac{x-2}{x-1}\right| - 1\right)$. Prendendo $|x| < 1$, possiamo riscrivere la soluzione come $y(x) = -\frac{1}{5}\log(1-x)$.
