

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \log(x + 5) - \frac{1}{3} \log^3(x + 5)$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.**Risposta [punti 1]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**Risposta [punti 2]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**Risposta [punti 1]**Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**Risposta [punti 2]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.**Risposta [punti 1]**Senza studiare la derivata seconda, ma semplicemente analizzando il grafico di f ed il comportamento della f' , dedurre la possibile presenza di punti di flesso.**Risposta [punti 1]**

Esercizio 2 Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$3(z + \bar{z}) + 2(\operatorname{Im}z)^2 + z^2 + z\bar{z} - \frac{3}{e^{i\pi/2}}\operatorname{Im}z = 0$$

Risposta [punti 3]

Esercizio 3 Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{\pi^2}{x} + \frac{1 - \cos(|x - \pi|)}{|x - \pi|^{\alpha-1}} & \text{se } x \neq 0 \text{ e } x \neq \pi \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 0 \text{ o } x = \pi \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ discutere la continuità di f in $x = 0$ e in $x = \pi$.

Risposta [punti 3]

Esercizio 4 Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(5\sqrt{2}x) + [\log(1 + 5x)]^2 - 1}{\sinh(5x) - \sin(5x)}$$

Risposta [punti 4]

Esercizio 5 Calcolare l'integrale

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} 3 \sin^2(x) \cos(x) \log(7 \sin(x)) dx$$

Risposta [punti 4]

Esercizio 6 Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{(n+2)^n 2^{2n+1}}$$

Risposta [punti 4]

Esercizio 7 Calcolare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 2x^2 + 3 \\ y(0) = 5 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]
