

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome .....

Firma.....Matricola.....

**Istruzioni**

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

**Esercizio 1** Sia data la funzione  $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} - \log(1 + 4e^x) + \log 5 & x < 0 \\ \sqrt[3]{x} & x \geq 0. \end{cases}$$

Determinare il dominio di  $f$ .**Risposta [punti 1]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .**Risposta [punti 2.5]**Studiare la continuità di  $f$  sul suo dominio.**Risposta [punti 1]**Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**Risposta [punti 3]**Studiare la crescita e decrescita di  $f$  sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .**Risposta [punti 2.5]**Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$ .**Risposta [punti 1]**Studiare la concavità e convessità di  $f$  sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti di flesso.**Risposta [punti 1]**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 1]**

Calcolare la media integrale della funzione sull'intervallo  $[0, 1]$ .

**Risposta [punti 1]**

---

**Esercizio 2** Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\begin{cases} |z(1 - \bar{z}) + |z|^2 - 2e^{i\pi/2} + \operatorname{Im}(3 - 2i)| = 2 \operatorname{Re}(e^{-i\pi/6}) \\ \operatorname{Re}\left(\frac{\operatorname{Im}(7z)}{z \operatorname{Re}(z)}\right) \geq \operatorname{Re}\left(\frac{7}{\bar{z}}\right) \end{cases}$$

e rappresentarlo sul piano complesso.

**Risposta [punti 5]**

---

**Esercizio 3** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(e^{5x^2} - \sqrt{1+x^2})}{2 \log(\sin(x) \cos(3x))}$$

**Risposta [punti 4]**

---

**Esercizio 4** Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \log\left(1 + \frac{(n+5)! + 7^n + \cos n}{(n+7)!}\right)$$

**Risposta [punti 3]**

---

**Esercizio 5** Calcolare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = \cos x \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

**Risposta [punti 4]**

---