

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x) & -2\pi \leq x < 0 \\ xe^{1-3x} + 1 & x \geq 0. \end{cases}$$

Determinare il dominio di f .**Risposta [punti 0.5]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**Risposta [punti 1]**Studiare la continuità di f sul suo dominio.**Risposta [punti 1]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**Risposta [punti 3]**Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**Risposta [punti 3.5]**Calcolare la funzione derivata seconda di f .**Risposta [punti 1]**Studiare la concavità e convessità di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti di flesso.**Risposta [punti 3]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.**Risposta [punti 1]**

Esercizio 2 Calcolare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^3 = 5 \operatorname{Im} \left(\frac{|e^{3\pi i}| - e^{i\pi/2}}{1+i} \right)$$

e rappresentarle sul piano complesso.

Risposta [punti 4]

Esercizio 3 Calcolare l'integrale

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 3}{x^2 - 4} dx$$

Risposta [punti 3]

Esercizio 4 Studiare la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n \alpha^n}{5^n \log n}$$

al variare di $\alpha \in [-5, 5]$.

Risposta [punti 5]

Esercizio 5 Calcolare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{2xy}{x^2 + 1} = 2 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]
