

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome .....

Firma.....Matricola.....

**Istruzioni**

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
3. TEMPO a disposizione: 120 min.

**Esercizio 1** Sia data la funzione  $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{1/x} & x < 0 \\ 2\sin(x) & x \geq 0. \end{cases}$$

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.**Risposta [punti 1]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .**Risposta [punti 1]**Studiare la continuità di  $f$  sul suo dominio.**Risposta [punti 1]**Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**Risposta [punti 3]**Studiare la crescita e decrescita di  $f$  sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ . Per  $x \geq 0$  limitare lo studio all'intervallo  $[0, 2\pi]$ .**Risposta [punti 3]**Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$ .**Risposta [punti 1]**Studiare la concavità e convessità di  $f$  sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti di flesso. Per  $x \geq 0$  limitare lo studio all'intervallo  $[0, 2\pi]$ .**Risposta [punti 3]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.**Risposta [punti 1]**

---

**Esercizio 2** Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\operatorname{Im}\left(7|z|^2 - \sqrt{2}e^{i\pi/4}(z + \bar{z}) + e^{-i\pi/2}(\operatorname{Im}z)^2 - \frac{3i}{1+i}\operatorname{Re}(z) + |e^{8i\pi}|i\right) = 0$$

**Risposta [punti 3]**

---

**Esercizio 3** Determinare per quali valori di  $\beta \in \mathbb{R}$  l'integrale improprio

$$\int_0^{\pi/2} \frac{e^{x^2} \sqrt{1+x^2} - 1 + x^\beta}{\log(\cos x)} dx$$

converge.

**Risposta [punti 4]**

---

**Esercizio 4** Dire per quali valori del parametro  $a \in \mathbb{R}$  la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{4+a}{1-a}\right)^n$$

converge e, per tali valori, calcolare la somma della serie.

**Risposta [punti 4]**

---

**Esercizio 5** Calcolare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{1 + e^{2y}}{2(x^2 - 3x + 2)e^{2y}} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

**Risposta [punti 5]**

---