Analisi Matematica 1 - Appello 29 marzo 2021

1. Sia data la funzione $f : dom(f) \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = |x|e^{1-2x}$$

$dom(f) =]-\infty, +\infty[$; f non presenta simmetrie;

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ è asintoto orizzontale destro; f non ammette asintoti obliqui, nè verticali;

$$f'(x) = |x|e^{1-2x}\left(\frac{1}{x} - 2\right) = \begin{cases} e^{1-2x}(1-2x) & \text{se } x > 0 \\ e^{1-2x}(2x-1) & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

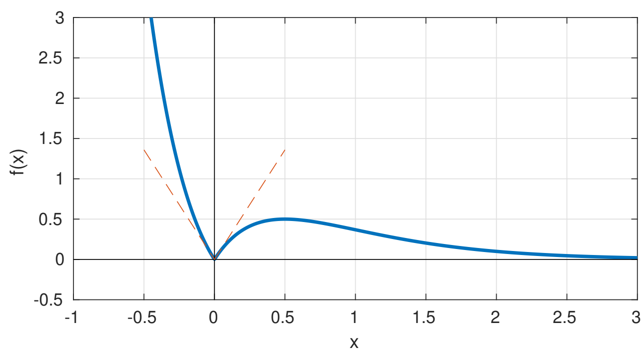
dom $f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso, si ha $f'_-(0) = -e$, $f'_+(0) = +e$;

$x = 1/2$ è punto stazionario; f è crescente in $]0, 1/2[$ e descrescente in $]-\infty, 0[\cup]1/2, +\infty[$;

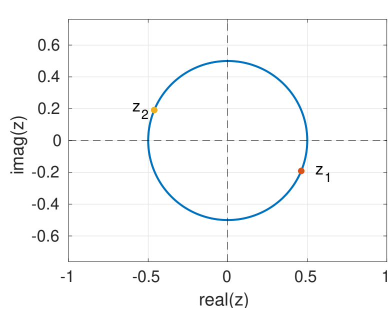
$x = 1/2$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = 0$ è punto di minimo assoluto angoloso;

$$f''(x) = \begin{cases} 4e^{1-2x}(x-1) & \text{se } x > 0 \\ 4e^{1-2x}(1-x) & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

$x = 1$ è punto di flesso; f è convessa in $]-\infty, 0[\cup]1, +\infty$ e concava in $]0, 1[$.



2. Si ha $w = \frac{1}{4}e^{-\frac{\pi}{4}i}$, le soluzioni di $z^2 = w$ sono $z_1 = \frac{1}{2}e^{-\frac{\pi}{8}i}$ e $z_2 = \frac{1}{2}e^{\frac{7}{8}\pi i}$,



3. La serie converge se e solo se $0 < \alpha < e^2$.

4. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = e^{x^2}(1 + \arctan(4x^2))$.