Analisi Matematica 1 - Appello 21 giugno 2021

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 3 ed è il numero naturale che precede il coefficiente che compare nell'esponenziale.

Fila 1

1. dom $f = \mathbb{R}$; f è pari.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; f non ammette asintoti.

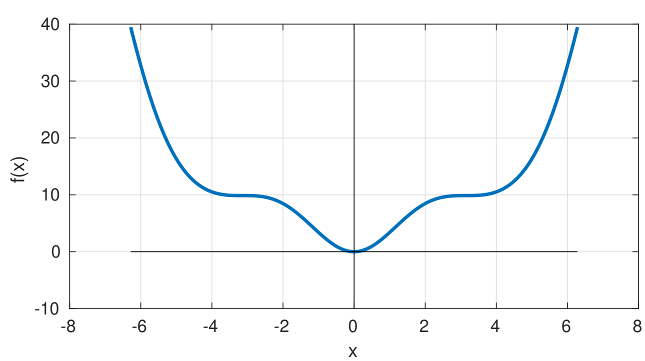
$f'(x) = 2(\sin x + x)(\cos x + 1)$; dom f' = dom f, non esistono punti di non derivabilità.

$x = 0$ e $x = \pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$ sono stazionari.

f è crescente in $]0, +\infty[$ e descrescente in $]-\infty, 0[$.

$x = 0$ è punto di minimo assoluto stazionario. Gli altri punti stazionari non sono estremanti. f è illimitata superiormente e non presenta punti di massimo assoluti.

$f''(x) = 2(\cos x + 1)^2 - \sin x(\sin x + x)$. Nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$ la funzione ammette almeno 4 punti di flesso: i due punti stazionari $x = \pm\pi$, e altri due punti (simmetrici rispetto all'origine) negli intervalli $]-\pi, 0[$ e $]0, \pi[$. Infatti in punti $x = \pm\pi$ sono punti stazionari ma non estremanti e quindi devono essere di flesso. Per quanto riguarda gli altri due punti osserviamo anzitutto che la funzione è convessa in $x = 0$ in quanto $x = 0$ è un punto di minimo relativo stazionario. Poi vediamo che il punto $x = \pi$ è un punto di flesso ascendente, cioè la funzione è crescente in un intorno di $x = \pi$, questo vuol dire che f è concava in un intorno sinistro di $x = \pi$ e convessa in un intorno destro. Di conseguenza, poiché f è continua e derivabile su tutto il suo dominio, deve esistere un punto nell'intervallo $]0, \pi[$ in cui la f'' cambia segno, cioè un punto di flesso. Poiché f è pari, si avrà un punto di flesso anche nell'intervallo $]-\pi, 0[$.



2. La serie converge assolutamente.

3. La funzione è continua da destra e discontinua da sinistra in $x = 0$. Il punto è di discontinuità di tipo salto.

4. L'integrale vale $I = 2 + 3\log 2 - \frac{\pi}{2}$.

Fila 2

1. dom $f = \mathbb{R}$; f è pari.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; f non ammette asintoti.

$f'(x) = 2(\sin x + x)(\cos x + 1)$; dom f' = dom f, non esistono punti di non derivabilità.

$x = 0$ e $x = \pi + 2k\pi$ con $k \in \mathbb{Z}$ sono stazionari.

f è crescente in $]0, +\infty[$ e descrescente in $]-\infty, 0[$.

$x = 0$ è punto di minimo assoluto stazionario. Gli altri punti stazionari non sono estremanti. f è illimitata superiormente e non presenta punti di massimo assoluti.

$f''(x) = 2(\cos x + 1)^2 - \sin x(\sin x + x)$. Nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$ la funzione ammette almeno 4 punti di flesso: i due punti stazionari $x = \pm\pi$, e altri due punti (simmetrici rispetto all'origine) negli intervalli $]-\pi, 0[$ e $]0, \pi[$. Infatti in punti $x = \pm\pi$ sono punti stazionari ma non estremanti e quindi devono essere di flesso. Per quanto riguarda gli altri due punti osserviamo anzitutto che la funzione è convessa in $x = 0$ in quanto $x = 0$ è un punto di minimo relativo stazionario. Poi vediamo che il punto $x = \pi$ è un punto di flesso ascendente, cioè la funzione è crescente in un intorno di $x = \pi$, questo vuol dire che f è concava in un intorno sinistro di $x = \pi$ e convessa in un intorno destro. Di conseguenza, poiché f è continua e derivabile su tutto il suo dominio, deve esistere un punto nell'intervallo $]0, \pi[$ in cui la f'' cambia segno, cioè un punto di flesso. Poiché f è pari, si avrà un punto di flesso anche nell'intervallo $]-\pi, 0[$.

2. La serie converge assolutamente.

3. La funzione è continua da destra e discontinua da sinistra in $x = 0$. Il punto è di discontinuità di tipo salto.

4. L'integrale vale $I = 2 + 2\log 2 - \frac{\pi}{2}$.