1. Sia data la funzione $f : dom(f) \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = x\left((\log x)^2 - 5\log x + 7\right)$$

   $dom(f) =]0, +\infty[$; f non presenta simmetrie;

   $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$; f non ammette asintoti verticali

   $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$; f non ammette asintoto obliquo;

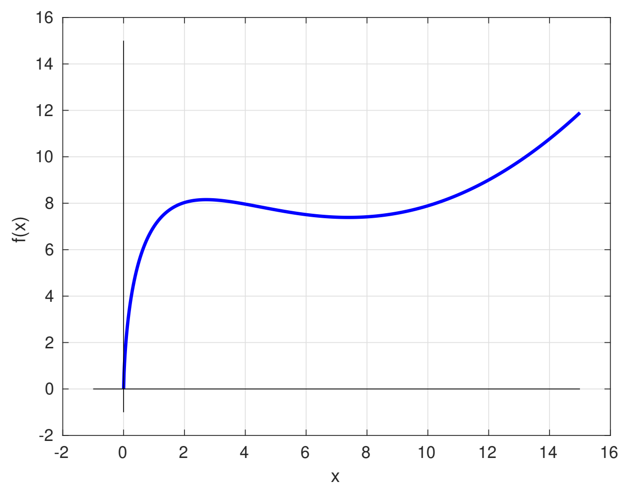
   $f'(x) = (\log x)^2 - 3\log x + 2$; dom f' = dom f, non esistono punti di non derivabilità.

   $\lim\limits_{x\to 0^+} f'(x) = +\infty$.

   $x = e$, $x = e^2$ sono punti stazionari. f è crescente in $]0, e[\cup]e^2, +\infty[$ e descrescente in $]e, e^2[$.

   $x = e$ è punto di massimo relativo stazionario; $x = e^2$ è punto di minimo relativo stazionario. f è illimitata superiormente e limitata inferiormente, non presenta punti di massimo/minimo assoluto.

   $f''(x) = \frac{2}{x}\log x - \frac{3}{x}$; $x = e^{3/2}$ è punto di flesso; f è concava in $]0, e^{3/2}[$ e convessa in $]e^{3/2}, +\infty[$.



2. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di centro $C = (0, 1/4)$ e raggio $r = 1/4$.

3. La serie converge se $\alpha > 1/2$, diverge altrimenti.

4. Le primitive sono $F(x) = \left(\frac{1}{2} - \log(\cos(x))\right)\cos^2 x + c$, $\forall c \in \mathbb{R}$.

   La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \left(\frac{1}{2} - \log(\cos(x))\right)\cos^2 x + 2$