

**Istruzioni**

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
  2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
  3. TEMPO a disposizione: 75 min.
- 

**Esercizio 1** Sia data la funzione  $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = |x|e^{1-2x}$$

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 3]**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 3]**

Calcolare la derivata seconda di  $f$ . Studiare la concavità/convessità della funzione, calcolando, qualora esistano punti di flesso.

**Risposta [punti 4]**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 2]**

---

**Esercizio 2** Sia

$$w = \frac{2e^{i\pi/6} - |\sqrt{2} - i|}{2\sqrt{2}(i - 1)},$$

calcolare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^2 = w$$

lasciandole scritte in forma esponenziale. Quindi rappresentarle graficamente sul piano complesso.

**Risposta [punti 5]**

---

**Esercizio 3** Sia  $\alpha \in (0, +\infty)$ . Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^n + \arctan(n!)}{e^{2n} - 1}.$$

al variare di  $\alpha$ .

**Risposta [punti 5]**

---

**Esercizio 4** Calcolare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - 2xy = e^{x^2} \frac{8x}{1 + 16x^4} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

**Risposta [punti 5]**

---