

**Istruzioni**

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
  2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
  3. TEMPO a disposizione: 75 min.
- 

**Esercizio 1** Sia data la funzione  $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = (x + \sin x)^2$$

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 2]**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2]**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$  sull'intervallo  $[-2\pi, 2\pi]$ , calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 4]**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$  sull'intervallo  $[-2\pi, 2\pi]$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 2]**

Calcolare la derivata seconda di  $f$ . A partire dal grafico della funzione, dedurre l'esistenza di punti di flesso nell'intervallo  $[-2\pi, 2\pi]$  e localizzarli.

In un intorno del punto  $x = 0$ , la funzione è concava o convessa? Giustificare la risposta

**Risposta [punti 3]**

---

**Esercizio 2** Studiare il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n (n+1)!}{3n^n}$$

**Risposta [punti 5]**

---

**Esercizio 3** Discutere la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 1}{\sqrt{e^{2x} - 2x - 1}} & \text{se } x \neq 0 \\ \sqrt{2} & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

nel punto  $x = 0$  e classificare l'eventuale punto di discontinuità.

**Risposta [punti 5]**

---

**Esercizio 4** Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(3 + \sin t) \sin(2t)}{1 + \sin^2 t} dt$$

**Risposta [punti 5]**

---