

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
 3. TEMPO a disposizione: 75 min.
-

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = (x + \sin x)^2$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 2]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]

Studiare la crescita e decrescita di f sull'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 4]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f sull'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$, in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 2]

Calcolare la derivata seconda di f . A partire dal grafico della funzione, dedurre l'esistenza di punti di flesso nell'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$ e localizzarli.

In un intorno del punto $x = 0$, la funzione è concava o convessa? Giustificare la risposta

Risposta [punti 3]

Esercizio 2 Studiare il comportamento della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n (n+1)!}{3n^n}$$

Risposta [punti 5]

Esercizio 3 Discutere la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 1}{\sqrt{e^{2x} - 2x - 1}} & \text{se } x \neq 0 \\ \sqrt{2} & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

nel punto $x = 0$ e classificare l'eventuale punto di discontinuità.

Risposta [punti 5]

Esercizio 4 Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\pi/2} \frac{(3 + \sin t) \sin(2t)}{1 + \sin^2 t} dt$$

Risposta [punti 5]
