

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
3. TEMPO a disposizione: 75 min.

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = |x + \sin x|$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.**Risposta [punti 2]**Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .**Risposta [punti 2]**Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.**Risposta [punti 3]**Studiare la crescita e decrescita di f sull'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .**Risposta [punti 4]**Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f sull'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$, in accordo con i risultati ottenuti.**Risposta [punti 2]**Calcolare la derivata seconda di f . Determinare i punti di flesso in tutto il dominio della funzione e studiare la convessità, concavità limitatamente all'intervallo $[-2\pi, 2\pi]$.**Risposta [punti 2]**

Esercizio 2 Determinare il luogo geometrico dei numeri complessi z tali che

$$[|z + iz|^2 - z\bar{z} - 1] \operatorname{Im} \left(\frac{-i}{|z| + i} \right) = 0$$

Risposta [punti 5]

Esercizio 3 Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie a termini positivi

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{3\alpha} \left[e^{1/n} - \frac{1}{n} - \cos \left(\frac{1}{n} \right) \right]$$

converge.

Risposta [punti 5]

Esercizio 4 Determinare la soluzione $y(x) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + (\log x)y = \log x \\ y(e) = 2 \end{cases}$$

Risposta [punti 5]
