

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
 3. TEMPO a disposizione: 75 min.
-

Esercizio 1 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \arctan |x| - \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 4]

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 5]

Senza calcolare la derivata seconda di f , discutere la possibile esistenza di punti di flesso sfruttando le informazioni finora ottenute su asintoti e derivata prima.

Risposta [punti 2]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 2]

Esercizio 2 Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare, se esiste, il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{2^n}{n}\right) \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1}{n^\alpha \left(\sinh\left(\frac{1}{n}\right) - \sin\left(\frac{1}{n}\right) \right)}$$

al variare di α .

Risposta [punti 5]

Esercizio 3 Calcolare le primitive di

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{\sqrt{e^x - 1}}$$

e studiare la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{e^x + 1}{\sqrt{e^x - 1}} dx$$

Risposta [punti 5]

Esercizio 4 Calcolare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \cos(x) \\ y(0) = \frac{2}{3} \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

Risposta [punti 5]
