Analisi Matematica 1 - Appello 13 gennaio 2020

Corsi di laurea: INFLT (M-Z), ETELT (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo del problema di Cauchy ed è il valore y_0 della condizione iniziale.

Fila 1

1. dom $f =]0,2[\cup]2,+\infty[$;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$; $x=0$ è asintoto verticale destro.

$\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$; $x=2$ è asintoto verticale completo.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$, ma $q = \lim_{x\to+\infty}(f(x)-mx) = +\infty$, quindi la funzione non ammette asintoti per $x \to +\infty$.

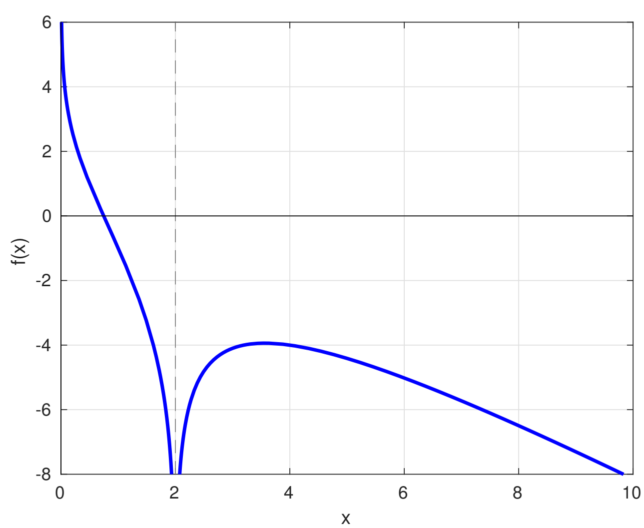
$f'(x) = \dfrac{-x^2+3x+2}{x(x-2)}$; dom f' = dom f, non esistono punti di non derivabilità.

$x = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ è punto stazionario.

f è crescente in $\left]2, \frac{3+\sqrt{17}}{2}\right[$ e descrescente in $]0,2[\cup\left]\frac{3+\sqrt{17}}{2},+\infty\right[$.

$x = \frac{3+\sqrt{17}}{2}$ è punto di massimo relativo. f è illimitata e non presenta punti di massimo o di minimo assoluti.

$f''(x) = \dfrac{-x^2-4x+4}{x^2(x-2)^2}$; $x = 2(-1+\sqrt{2})$ è punto di flesso. f è convessa in $]0, 2(-1+\sqrt{2})[$ e concava in $]2(-1+\sqrt{2}), 2[\cup]2,+\infty[$.



2. $z_0 = 49\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = 49\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_2 = -49$.

3. Il limite vale: $\ell = \frac{1}{9}$ se $\alpha = 3$; $\ell = 0$ se $\alpha < 3$; $\ell = +\infty$ se $\alpha > 3$.

4. La serie è convergente

5. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$, altrimenti f presenta un punto di discontinuità eliminabile in $x = 0$.

Quando $\alpha = 0$ la funzione presenta un punto angoloso in $x = 0$, le derivate destra e sinistra in 0 sono $f'_{\pm}(0) = \pm 7$.

6. Il limite vale $\ell = \frac{1}{8}$

7. L'integrale vale $\log 2$

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = x(1 + (x-1)e^x)$

Fila 2

1. $\operatorname{dom} f =]0,3[\cup]3,+\infty[$;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$; $x = 0$ è asintoto verticale destro.

$\lim_{x\to 3} f(x) = -\infty$; $x = 3$ è asintoto verticale completo.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$, ma $q = \lim_{x\to+\infty}(f(x) - mx) = +\infty$, quindi la funzione non ammette asintoti per $x \to +\infty$.

$f'(x) = \dfrac{-x^2 + 4x + 3}{x(x-3)}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità.

$x = \frac{4+\sqrt{28}}{2}$ è punto stazionario.

f è crescente in $\left]3, \frac{4+\sqrt{28}}{2}\right[$ e descrescente in $]0,3[\cup\left]\frac{4+\sqrt{28}}{2}, +\infty\right[$.

$x = \frac{4+\sqrt{28}}{2}$ è punto di massimo relativo. f è illimitata e non presenta punti di massimo o di minimo assoluti.

$f''(x) = \dfrac{-x^2 - 6x + 9}{x^2(x-3)^2}$; $x = 3(-1+\sqrt{2})$ è punto di flesso. f è convessa in $]0, 3(-1+\sqrt{2})[$ e concava in $]3(-1+\sqrt{2}), 3[\cup]3,+\infty[$.

2. $z_0 = 36\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = 36\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_2 = -36$.

3. Il limite vale: $\ell = \frac{1}{25}$ se $\alpha = 5$; $\ell = 0$ se $\alpha < 5$; $\ell = +\infty$ se $\alpha > 5$.

4. La serie è convergente

5. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$, altrimenti f presenta un punto di discontinuità eliminabile in $x = 0$.

Quando $\alpha = 0$ la funzione presenta un punto angoloso in $x = 0$, le derivate destra e sinistra in 0 sono $f'_{\pm}(0) = \pm 6$.

6. Il limite vale $\ell = \frac{1}{7}$

7. L'integrale vale $\log 3$

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = x(2 + (x-1)e^x)$

Fila 3

1. dom $f =]0,4[\cup]4,+\infty[$;

   $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$; $x=0$ è asintoto verticale destro.

   $\lim_{x\to 4} f(x) = -\infty$; $x=4$ è asintoto verticale completo.

   $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$, ma $q = \lim_{x\to+\infty}(f(x)-mx) = +\infty$, quindi la funzione non ammette asintoti per $x \to +\infty$.

   $f'(x) = \dfrac{-x^2+5x+4}{x(x-4)}$; dom f' = dom f, non esistono punti di non derivabilità.

   $x = \frac{5+\sqrt{41}}{2}$ è punto stazionario.

   f è crescente in $\left]4, \frac{5+\sqrt{41}}{2}\right[$ e descrescente in $]0,4[\cup \left]\frac{5+\sqrt{41}}{2}, +\infty\right[$.

   $x = \frac{5+\sqrt{41}}{2}$ è punto di massimo relativo. f è illimitata e non presenta punti di massimo o di minimo assoluti.

   $f''(x) = \dfrac{-x^2-8x+16}{x^2(x-4)^2}$; $x = 4(-1+\sqrt{2})$ è punto di flesso. f è convessa in $]0, 4(-1+\sqrt{2})[$ e concava in $]4(-1+\sqrt{2}), 4[\cup]4, +\infty[$.

2. $z_0 = 25\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = 25\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_2 = -25$.

3. Il limite vale: $\ell = \frac{1}{49}$ se $\alpha = 7$; $\ell = 0$ se $\alpha < 7$; $\ell = +\infty$ se $\alpha > 7$.

4. La serie è convergente

5. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$, altrimenti f presenta un punto di discontinuità eliminabile in $x = 0$.

   Quando $\alpha = 0$ la funzione presenta un punto angoloso in $x = 0$, le derivate destra e sinistra in 0 sono $f'_\pm(0) = \pm 5$.

6. Il limite vale $\ell = \frac{1}{6}$

7. L'integrale vale $\log 4$

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = x(3 + (x-1)e^x)$

Fila 4

1. dom $f =]0,5[\cup]5,+\infty[$;

   $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$; $x=0$ è asintoto verticale destro.

   $\lim_{x\to 5} f(x) = -\infty$; $x=5$ è asintoto verticale completo.

   $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$, ma $q = \lim_{x\to+\infty}(f(x)-mx) = +\infty$, quindi la funzione non ammette asintoti per $x \to +\infty$.

   $f'(x) = \dfrac{-x^2+6x+5}{x(x-5)}$; dom f' = dom f, non esistono punti di non derivabilità.

   $x = \frac{6+\sqrt{56}}{2}$ è punto stazionario.

   f è crescente in $\left]5, \frac{6+\sqrt{56}}{2}\right[$ e descrescente in $]0,5[\cup \left]\frac{6+\sqrt{56}}{2}, +\infty\right[$.

$x = \frac{6+\sqrt{56}}{2}$ è punto di massimo relativo. f è illimitata e non presenta punti di massimo o di minimo assoluti.

$f''(x) = \dfrac{-x^2 - 10x + 25}{x^2(x-5)^2}$; $x = 5(-1+\sqrt{2})$ è punto di flesso. f è convessa in $]0, 5(-1+\sqrt{2})[$ e concava in $]5(-1+\sqrt{2}), 5[\cup]5, +\infty[$.

2. $z_0 = 16\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = 16\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_2 = -16$.

3. Il limite vale: $\ell = \frac{1}{81}$ se $\alpha = 9$; $\ell = 0$ se $\alpha < 9$; $\ell = +\infty$ se $\alpha > 9$.

4. La serie è convergente

5. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$, altrimenti f presenta un punto di discontinuità eliminabile in $x = 0$.

Quando $\alpha = 0$ la funzione presenta un punto angoloso in $x = 0$, le derivate destra e sinistra in 0 sono $f'_{\pm}(0) = \pm 4$.

6. Il limite vale $\ell = \frac{1}{5}$

7. L'integrale vale $\log 5$

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = x(4 + (x-1)e^x)$

Fila 5

1. $\operatorname{dom} f =]0, 6[\cup]6, +\infty[$;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$; $x = 0$ è asintoto verticale destro.

$\lim_{x\to 6} f(x) = -\infty$; $x = 6$ è asintoto verticale completo.

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$; $m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$, ma $q = \lim_{x\to+\infty}(f(x) - mx) = +\infty$, quindi la funzione non ammette asintoti per $x \to +\infty$.

$f'(x) = \dfrac{-x^2 + 7x + 6}{x(x-6)}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità.

$x = \frac{7+\sqrt{73}}{2}$ è punto stazionario.

f è crescente in $\left]6, \frac{7+\sqrt{73}}{2}\right[$ e descrescente in $]0, 6[\cup\left]\frac{7+\sqrt{73}}{2}, +\infty\right[$.

$x = \frac{7+\sqrt{73}}{2}$ è punto di massimo relativo. f è illimitata e non presenta punti di massimo o di minimo assoluti.

$f''(x) = \dfrac{-x^2 - 12x + 36}{x^2(x-6)^2}$; $x = 6(-1+\sqrt{2})$ è punto di flesso. f è convessa in $]0, 6(-1+\sqrt{2})[$ e concava in $]6(-1+\sqrt{2}), 6[\cup]6, +\infty[$.

2. $z_0 = 9\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = 9\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_2 = -9$.

3. Il limite vale: $\ell = \frac{1}{121}$ se $\alpha = 11$; $\ell = 0$ se $\alpha < 11$; $\ell = +\infty$ se $\alpha > 11$.

4. La serie è convergente

5. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$, altrimenti f presenta un punto di discontinuità eliminabile in $x = 0$.

Quando $\alpha = 0$ la funzione presenta un punto angoloso in $x = 0$, le derivate destra e sinistra in 0 sono $f'_{\pm}(0) = \pm 3$.

6. Il limite vale $\ell = \frac{1}{4}$

7. L'integrale vale $\log 6$

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = x(5 + (x-1)e^x)$

Fila 6

1. $\operatorname{dom} f =]0, 7[\cup]7, +\infty[$;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$; $x = 0$ è asintoto verticale destro.

$\lim_{x\to 7} f(x) = -\infty$; $x = 7$ è asintoto verticale completo.

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$; $m = \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = -1$, ma $q = \lim_{x\to+\infty}(f(x) - mx) = +\infty$, quindi la funzione non ammette asintoti per $x \to +\infty$.

$f'(x) = \dfrac{-x^2 + 8x + 7}{x(x-7)}$; $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità.

$x = \frac{8+\sqrt{92}}{2}$ è punto stazionario.

f è crescente in $\left]7, \frac{8+\sqrt{92}}{2}\right[$ e descrescente in $]0, 7[\cup\left]\frac{8+\sqrt{92}}{2}, +\infty\right[$.

$x = \frac{8+\sqrt{92}}{2}$ è punto di massimo relativo. f è illimitata e non presenta punti di massimo o di minimo assoluti.

$f''(x) = \dfrac{-x^2 - 14x + 49}{x^2(x-7)^2}$; $x = 7(-1+\sqrt{2})$ è punto di flesso. f è convessa in $]0, 7(-1+\sqrt{2})[$ e concava in $]7(-1+\sqrt{2}), 7[\cup]7, +\infty[$.

2. $z_0 = 4\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = 4\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_2 = -4$.

3. Il limite vale: $\ell = \frac{1}{169}$ se $\alpha = 13$; $\ell = 0$ se $\alpha < 13$; $\ell = +\infty$ se $\alpha > 13$.

4. La serie è convergente

5. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$, altrimenti f presenta un punto di discontinuità eliminabile in $x = 0$.

Quando $\alpha = 0$ la funzione presenta un punto angoloso in $x = 0$, le derivate destra e sinistra in 0 sono $f'_{\pm}(0) = \pm 2$.

6. Il limite vale $\ell = \frac{1}{3}$

7. L'integrale vale $\log 7$

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = x(6 + (x-1)e^x)$
