

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
4. RIPORTARE le risposte sintetiche negli spazi bianchi presenti su questo foglio. Verranno comunque corretti gli svolgimenti sui fogli di protocollo.

-
1. Sia data la funzione definita da:

$$f(x) = \log\left(\frac{(x-2)^2}{x}\right) - x$$

Determinare il dominio.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

-
2. Calcolare le radici cubiche complesse del numero $w = \left(\frac{14}{\sqrt{3}-i} + \frac{7}{i}\right)^6$
e scriverle in forma cartesiana/algebrica.

Risposta [punti 3]:

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} [n^\alpha + 4 \log(n^n) + \sin(n!)] \sin^2 \left(\frac{1}{3\sqrt{n}} \right) \arctan \left(e^{1/n^2} - 1 \right)$$

Risposta [punti 3.5]:

4. Determinare il carattere della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} n^n [\log((2n)! + 7) - \log((2n)!)]$

Risposta [punti 3]:

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sqrt{\frac{49}{x^2} + \log|x|} & \text{se } x \neq 0 \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Discutere, al variare di α , la continuità e la derivabilità di f in $x = 0$.

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6}{\tan(8x)} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$

Risposta [punti 2.5]:

7. Calcolare l'integrale $\int_0^{\log 2} \frac{2e^{2x} + 3e^x}{e^{2x} + 3e^x + 2} dx$

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione $y : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{x} = x^2 e^x \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
