Analisi Matematica 1 - Appello 3 settembre 2020 FOGLIO A

Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ INFLT-ETELT (M-Z), ♢ MECLT (A-L)

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
3. TEMPO a disposizione: 75 min.
4. CONTRASSEGNARE la risposta esatta. Le risposte sbagliate verranno penalizzate togliendo 1/6 del punteggio dell'esercizio. Verranno comunque corretti gli svolgimenti degli esercizi sui fogli di protocollo.

---

1. Sia data la funzione $f : dom(f) \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = x + \arctan\left(\frac{1}{e^x - 1}\right)$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie

– Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.

– Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

– Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.

– Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

– Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso, la convessità e la concavità della funzione.

Studio completo [punti 12]

---

2. Il limite $$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(e^{1/n} - 1 - \frac{1}{n}\right)(n+1)!}{(n-1)! + 2^{-n} + \sin(n!)}$$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\boxed{\text{B}}$: $+\infty$ $\boxed{\text{C}}$: 1/2 $\boxed{\text{D}}$: 2

Risposta corretta [punti 3]

---

3. La serie $$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt[n]{\frac{5}{4}}$$

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: converge assolutamente $\boxed{\text{B}}$: diverge $\boxed{\text{C}}$: è oscillante $\boxed{\text{D}}$: converge semplicemente

Risposta [punti 2]

---

4. Le soluzioni complesse dell'equazione $\quad z^3 = 3\left(e^{i\pi/2} - \dfrac{1}{i}\right) \quad$ sono:

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $z_0 = \sqrt[3]{6}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$, $z_1 = \sqrt[3]{6}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$, $z_2 = -\sqrt[3]{6}\, i$

$\boxed{\text{B}}$: $z_0 = \sqrt{3}i$, $z_1 = \sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$, $z_2 = -\sqrt{3}\, i$

$\boxed{\text{C}}$: $z_0 = \sqrt[3]{6}$, $z_1 = \sqrt[3]{6}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{6}\left(\frac{-\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}\right)$

$\boxed{\text{D}}$: $z_0 = -3$, $z_1 = 3\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)$, $z_2 = 3\left(\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)$

Risposta corretta [punti 3]

---

5. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 7x & x \leq 0 \\ \dfrac{1 - \cos x}{x^\alpha} \cdot \sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & x > 0 \end{cases}$$

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la continuità di f in $x = 0$ e classificare l'eventuale punto di discontinuità.

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: per $\alpha < 1$, f è continua; per $\alpha \geq 1$, $x = 0$ è un punto di discontinuità di tipo salto

$\boxed{\text{B}}$: f è continua in $x = 0$ per ogni valore di α

$\boxed{\text{C}}$: per $\alpha > 0$, f è continua; per $\alpha \leq 0$ $x = 0$ è un punto di discontinuità di seconda specie

$\boxed{\text{D}}$: per $\alpha < 2$, f è continua; per $\alpha \geq 2$, $x = 0$ è un punto di discontinuità di seconda specie

Risposta corretta [punti 2]

---

6. L'integrale $\quad \displaystyle\int_{1/2}^{1} \log(2x)dx \quad$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: $\frac{1}{2}$ $\quad\boxed{\text{B}}$: $-\frac{1}{2} + \log 2$ $\quad\boxed{\text{C}}$: $2(e-1)$ $\quad\boxed{\text{D}}$: $\log 2 - 1$

Risposta corretta [punti 3]

---

7. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 3y' + 2y = 10\cos(x) \\ y(0) = 2 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} y(x)e^{-2x} = 1 \end{cases}$$

Allora $y(\pi)$ vale

Risp.: $\boxed{\text{A}}$: 0 $\quad\boxed{\text{B}}$: 1 $\quad\boxed{\text{C}}$: $e^{2\pi} - 1$ $\quad\boxed{\text{D}}$: $1 + e^{\pi}$

Risposta corretta [punti 5]
