
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT-ETELT (M-Z), \diamond MECLT (A-L)

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
 3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 4. RIPORTARE le risposte sintetiche negli spazi bianchi presenti su questo foglio. Verranno comunque corretti gli svolgimenti sui fogli di protocollo.
-

1. Sia data la funzione definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x-7}{x}\right) - \frac{|x|}{7}$$

Determinare il dominio.

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 3]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$(z^2 + 4) \cdot \operatorname{Re}\left(2z(\bar{z} + 2i) - 2i(z - \bar{z}) - |z - 2|^2 - 2(z + \bar{z})\right) = 0.$$

Risposta [punti 3]:

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \log\left(1 + \frac{1}{n}\right) - \arctan\left(\frac{1}{n}\right) - \cosh\left(\frac{1}{n}\right)\right)^2}{e^{-n} + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{n}\right)^{3\alpha}}$$

Risposta [punti 3]:

4. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e

$$f(x) = \begin{cases} \beta x + \frac{\cos(3x) - 1}{3x} & \text{se } x < 0 \\ \sqrt{x^2 + 49} - 7 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

Discutere, al variare di β , la continuità e la derivabilità di f in $x = 0$.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(7x^2))}{\sqrt{1+7x^4} - \sqrt[3]{1+7x^4}}$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare la primitiva $F(x)$ di $f(x) = x \arctan(x)$ tale che $F(1) = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{2}$.

Risposta [punti 3]:

7. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Discutere il carattere dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\arctan(x^3)}{x^\alpha \log(1+x^2)} dx$$

Risposta [punti 2]:

8. Determinare la soluzione $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y = 3e^x$$

tale che $y(0) = -2$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}y(x) = -1$

Risposta [punti 3]:
