Analisi Matematica 1 — 4 febbraio 2019

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 8 ed è il valore assegnato di $y(0)$

Fila 1

1. $\mathrm{dom}(f) =]0,1[\cup]1,+\infty[$; f non è pari né dispari;

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0,\ \lim_{x\to 1^-} f(x) = 0,\ \lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty,\ \lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty.$$

$x = 1$ è asintoto verticale destro. f non ammette altri asintoti.

$f'(x) = e^{1/(49\log x)}\left(\frac{(7\log x)^2 - 1}{(7\log x)^2}\right)$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}(f)$, non vi sono punti di non derivabilità.

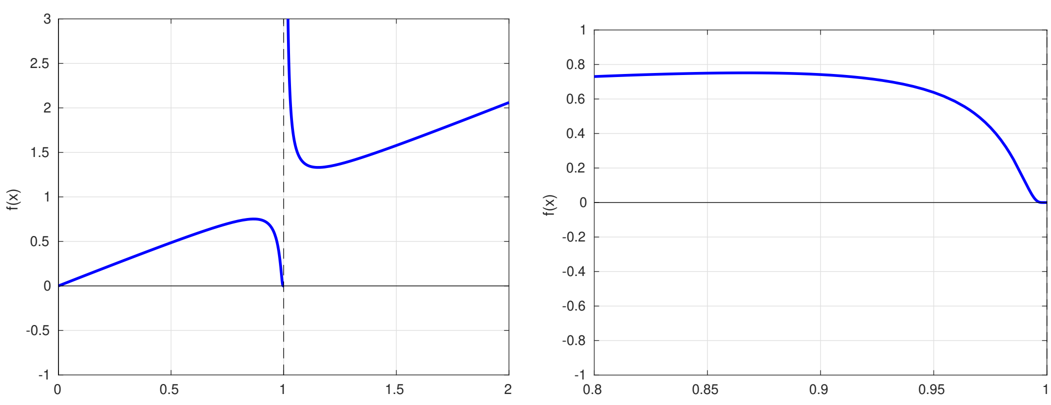
$x = e^{-1/7}$ e $x = e^{1/7}$ sono punti stazionari

f è crescente in $]0, e^{-1/7}[\cup]e^{1/7}, +\infty[$ e decrescente in $]e^{-1/7}, 1[\cup]1, e^{1/7}[$.

$x = e^{-1/7}$ è punto di massimo relativo, $x = e^{1/7}$ è punto di minimo relativo.

f è inferiormente limitata ($f(x) > 0$), ma non esistono punti di minimo assoluto in quanto f non è definita in $x = 0$ ed in $x = 1$. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

La funzione presenta sicuramente un punto di flesso nell'intervallo $]e^{-1/7}, 1[$ in quanto $x = e^{-1/7}$ è punto di massimo relativo e lì la funzione è concava, poi la funzione decresce e $\lim_{x\to 1^-} f'(x) = 0^-$, cioè la funzione tende a 0 per $x \to 1^-$ con concavità rivolta verso l'alto (si veda la figura di destra). Senza lo studio della derivata seconda non si può stabilire se esistano altri punti di flesso o meno.



A destra uno zoom della funzione in un intorno sinistro del punto $x = 1$.

2. Le soluzioni sono i punti $z_1 = (-\sqrt{\log 3}, 0)$ e $z_2 = (\sqrt{\log 3}, 0)$

3. Il limite vale $\ell = -\frac{13}{2}$

4. Il limite vale $\ell = \left(\frac{2}{3}\right)^2$

5. $x = -2$ è punto di infinito per f, mentre f è continua in $x = 2$. Il punto $x = 2$ è angoloso per f di massimo relativo in quanto f' è positiva in un intorno sinistro e negativa in un intorno destro di $x = 2$.

6. L'integrale vale $\log\left(\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{2}\arctan\frac{1}{2}$

7. L'integrale improprio converge per $1 < \alpha < 2$

8. $y(x) = (x+1)\cos x$

Fila 2

1. $\operatorname{dom}(f) =]0,1[\cup]1,+\infty[$; f non è pari né dispari;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.
$x = 1$ è asintoto verticale destro. f non ammette altri asintoti.

$f'(x) = e^{1/(36\log x)}\left(\frac{(6\log x)^2-1}{(6\log x)^2}\right)$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom}(f)$, non vi sono punti di non derivabilità.

$x = e^{-1/6}$ e $x = e^{1/6}$ sono punti stazionari

f è crescente in $]0, e^{-1/6}[\cup]e^{1/6}, +\infty[$ e decrescente in $]e^{-1/6}, 1[\cup]1, e^{1/6}[$.

$x = e^{-1/6}$ è punto di massimo relativo, $x = e^{1/6}$ è punto di minimo relativo.

f è inferiormente limitata ($f(x) > 0$), ma non esistono punti di minimo assoluto in quanto f non è definita in $x = 0$ ed in $x = 1$. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

La funzione presenta sicuramente un punto di flesso nell'intervallo $]e^{-1/6}, 1[$ in quanto $x = e^{-1/6}$ è punto di massimo relativo e lì la funzione è concava, poi la funzione decresce e $\lim_{x\to 1^-} f'(x) = 0^-$, cioè la funzione tende a 0 per $x \to 1^-$ con concavità rivolta verso l'alto (si veda la figura di destra). Senza lo studio della derivata seconda non si può stabilire se esistano altri punti di flesso o meno.

2. Le soluzioni sono i punti $z_1 = (-\sqrt{\log 5}, 0)$ e $z_2 = (\sqrt{\log 5}, 0)$

3. Il limite vale $\ell = -\frac{11}{2}$

4. Il limite vale $\ell = \left(\frac{3}{5}\right)^2$

5. $x = -3$ è punto di infinito per f, mentre f è continua in $x = 3$. Il punto $x = 3$ è angoloso per f di massimo relativo in quanto f' è positiva in un intorno sinistro e negativa in un intorno destro di $x = 3$.

6. L'integrale vale $\log\left(\frac{10}{9}\right) + \frac{1}{3}\arctan\frac{1}{3}$

7. L'integrale improprio converge per $1 < \alpha < 4$

8. $y(x) = (x+2)\cos x$

Fila 3

1. $\operatorname{dom}(f) =]0,1[\cup]1,+\infty[$; f non è pari né dispari;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0, \ \lim_{x\to 1^-} f(x) = 0, \ \lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty, \ \lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty.$
$x = 1$ è asintoto verticale destro. f non ammette altri asintoti.

$f'(x) = e^{1/(25\log x)} \left(\frac{(5\log x)^2 - 1}{(5\log x)^2}\right)$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}(f)$, non vi sono punti di non derivabilità.

$x = e^{-1/5}$ e $x = e^{1/5}$ sono punti stazionari

f è crescente in $]0, e^{-1/5}[\cup]e^{1/5}, +\infty[$ e decrescente in $]e^{-1/5}, 1[\cup]1, e^{1/5}[$.

$x = e^{-1/5}$ è punto di massimo relativo, $x = e^{1/5}$ è punto di minimo relativo.

f è inferiormente limitata ($f(x) > 0$), ma non esistono punti di minimo assoluto in quanto f non è definita in $x = 0$ ed in $x = 1$. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

La funzione presenta sicuramente un punto di flesso nell'intervallo $]e^{-1/5}, 1[$ in quanto $x = e^{-1/5}$ è punto di massimo relativo e lì la funzione è concava, poi la funzione decresce e $\lim_{x\to 1^-} f'(x) = 0^-$, cioè la funzione tende a 0 per $x \to 1^-$ con concavità rivolta verso l'alto (si veda la figura di destra). Senza lo studio della derivata seconda non si può stabilire se esistano altri punti di flesso o meno.

2. Le soluzioni sono i punti $z_1 = (-\sqrt{\log 7}, 0)$ e $z_2 = (\sqrt{\log 7}, 0)$

3. Il limite vale $\ell = -\frac{9}{2}$

4. Il limite vale $\ell = \left(\frac{4}{7}\right)^2$

5. $x = -4$ è punto di infinito per f, mentre f è continua in $x = 4$. Il punto $x = 4$ è angoloso per f di massimo relativo in quanto f' è positiva in un intorno sinistro e negativa in un intorno destro di $x = 4$.

6. L'integrale vale $\log\left(\frac{17}{16}\right) + \frac{1}{4}\arctan\frac{1}{4}$

7. L'integrale improprio converge per $1 < \alpha < 6$

8. $y(x) = (x + 3)\cos x$

Fila 4

1. $\mathrm{dom}(f) =]0, 1[\cup]1, +\infty[$; f non è pari né dispari;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0, \ \lim_{x\to 1^-} f(x) = 0, \ \lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty, \ \lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty.$
$x = 1$ è asintoto verticale destro. f non ammette altri asintoti.

$f'(x) = e^{1/(16\log x)} \left(\frac{(4\log x)^2 - 1}{(4\log x)^2}\right)$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}(f)$, non vi sono punti di non derivabilità.

$x = e^{-1/4}$ e $x = e^{1/4}$ sono punti stazionari

f è crescente in $]0, e^{-1/4}[\cup]e^{1/4}, +\infty[$ e decrescente in $]e^{-1/4}, 1[\cup]1, e^{1/4}[$.

$x = e^{-1/4}$ è punto di massimo relativo, $x = e^{1/4}$ è punto di minimo relativo.

f è inferiormente limitata ($f(x) > 0$), ma non esistono punti di minimo assoluto in quanto f non è definita in $x = 0$ ed in $x = 1$. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

La funzione presenta sicuramente un punto di flesso nell'intervallo $]e^{-1/4}, 1[$ in quanto $x = e^{-1/4}$ è punto di massimo relativo e lì la funzione è concava, poi la funzione decresce e $\lim_{x\to 1^-} f'(x) = 0^-$, cioè la funzione tende a 0 per $x \to 1^-$ con concavità rivolta verso l'alto (si veda la figura di destra). Senza lo studio della derivata seconda non si può stabilire se esistano altri punti di flesso o meno.

2. Le soluzioni sono i punti $z_1 = (-\sqrt{\log 9}, 0)$ e $z_2 = (\sqrt{\log 9}, 0)$

3. Il limite vale $\ell = -\frac{7}{2}$

4. Il limite vale $\ell = \left(\frac{5}{9}\right)^2$

5. $x = -5$ è punto di infinito per f, mentre f è continua in $x = 5$. Il punto $x = 5$ è angoloso per f di massimo relativo in quanto f' è positiva in un intorno sinistro e negativa in un intorno destro di $x = 5$.

6. L'integrale vale $\log\left(\frac{26}{25}\right) + \frac{1}{5}\arctan\frac{1}{5}$

7. L'integrale improprio converge per $1 < \alpha < 8$

8. $y(x) = (x + 4)\cos x$

Fila 5

1. $\mathrm{dom}(f) =]0, 1[\cup]1, +\infty[$; f non è pari né dispari;

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.
$x = 1$ è asintoto verticale destro. f non ammette altri asintoti.

$f'(x) = e^{1/(9\log x)}\left(\frac{(3\log x)^2 - 1}{(3\log x)^2}\right)$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}(f)$, non vi sono punti di non derivabilità.

$x = e^{-1/3}$ e $x = e^{1/3}$ sono punti stazionari

f è crescente in $]0, e^{-1/3}[\cup]e^{1/3}, +\infty[$ e decrescente in $]e^{-1/3}, 1[\cup]1, e^{1/3}[$.

$x = e^{-1/3}$ è punto di massimo relativo, $x = e^{1/3}$ è punto di minimo relativo.

f è inferiormente limitata ($f(x) > 0$), ma non esistono punti di minimo assoluto in quanto f non è definita in $x = 0$ ed in $x = 1$. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

La funzione presenta sicuramente un punto di flesso nell'intervallo $]e^{-1/3}, 1[$ in quanto $x = e^{-1/3}$ è punto di massimo relativo e lì la funzione è concava, poi la funzione decresce e $\lim_{x\to 1^-} f'(x) = 0^-$, cioè la funzione tende a 0 per $x \to 1^-$ con concavità rivolta verso l'alto (si veda la figura di destra). Senza lo studio della derivata seconda non si può stabilire se esistano altri punti di flesso o meno.

2. Le soluzioni sono i punti $z_1 = (-\sqrt{\log 11}, 0)$ e $z_2 = (\sqrt{\log 11}, 0)$

3. Il limite vale $\ell = -\frac{5}{2}$

4. Il limite vale $\ell = \left(\frac{6}{11}\right)^2$

5. $x=-6$ è punto di infinito per f, mentre f è continua in $x=6$. Il punto $x=6$ è angoloso per f di massimo relativo in quanto f' è positiva in un intorno sinistro e negativa in un intorno destro di $x=6$.

6. L'integrale vale $\log\left(\frac{37}{36}\right)+\frac{1}{6}\arctan\frac{1}{6}$

7. L'integrale improprio converge per $1<\alpha<10$

8. $y(x)=(x+5)\cos x$

Fila 6

1. $\mathrm{dom}(f)=]0,1[\cup]1,+\infty[$; f non è pari né dispari;

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=0,\ \lim_{x\to 1^-} f(x)=0,\ \lim_{x\to 1^+} f(x)=+\infty,\ \lim_{x\to +\infty} f(x)=+\infty.$$

$x=1$ è asintoto verticale destro. f non ammette altri asintoti.

$f'(x)=e^{1/(4\log x)}\left(\frac{(2\log x)^2-1}{(2\log x)^2}\right)$

$\mathrm{dom}(f')=\mathrm{dom}(f)$, non vi sono punti di non derivabilità.

$x=e^{-1/2}$ e $x=e^{1/2}$ sono punti stazionari

f è crescente in $]0,e^{-1/2}[\cup]e^{1/2},+\infty[$ e decrescente in $]e^{-1/2},1[\cup]1,e^{1/2}[$.

$x=e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo, $x=e^{1/2}$ è punto di minimo relativo.

f è inferiormente limitata ($f(x)>0$), ma non esistono punti di minimo assoluto in quanto f non è definita in $x=0$ ed in $x=1$. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

La funzione presenta sicuramente un punto di flesso nell'intervallo $]e^{-1/2},1[$ in quanto $x=e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e lì la funzione è concava, poi la funzione decresce e $\lim_{x\to 1^-} f'(x)=0^-$, cioè la funzione tende a 0 per $x\to 1^-$ con concavità rivolta verso l'alto (si veda la figura di destra). Senza lo studio della derivata seconda non si può stabilire se esistano altri punti di flesso o meno.

2. Le soluzioni sono i punti $z_1=(-\sqrt{\log 13},0)$ e $z_2=(\sqrt{\log 13},0)$

3. Il limite vale $\ell=-\frac{3}{2}$

4. Il limite vale $\ell=\left(\frac{7}{13}\right)^2$

5. $x=-7$ è punto di infinito per f, mentre f è continua in $x=7$. Il punto $x=7$ è angoloso per f di massimo relativo in quanto f' è positiva in un intorno sinistro e negativa in un intorno destro di $x=7$.

6. L'integrale vale $\log\left(\frac{50}{49}\right)+\frac{1}{7}\arctan\frac{1}{7}$

7. L'integrale improprio converge per $1<\alpha<12$

8. $y(x)=(x+6)\cos x$
