

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECMLT,  $\diamond$  AUTLT

---

**Istruzioni**

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
  2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  4. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 4} + 4 \arcsin \frac{2}{x}$$

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1.5]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1.5]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare le radici cubiche del numero complesso

$$w = \frac{2^{-|1-i\sqrt{19}|^2} (7+7i)(1-i)^{40}}{2i^{32} + e^{3i\pi}}$$

(lasciare scritte le radici in forma esponenziale).

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2 - \frac{8}{7})^n \cos(7n) + \arctan \left[ \frac{(n+2)^n}{-(n+7)! + 7^n} \right]}{n \log(n-2) - n \log n}$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Discutere, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n^{3\alpha}} - n}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\cos x + x \tan x)^{\frac{1}{7}} - 1}{\log(\cosh x) - \log(\cos x)}$

**Risposta [punti 3.5]:**

---

6. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} 4 \arctan\left(\frac{x}{3}\right) - \pi & \text{se } x > 3 \\ (x-3)e^{x-3} & \text{se } x \leq 3 \end{cases}$$

Discutere la continuità e la derivabilità di  $f$  in  $x = 3$ , classificando l'eventuale discontinuità e l'eventuale non derivabilità.

**Risposta [punti 2.5]:**

---

7. Calcolare l'integrale definito  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} dx$

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Determinare la soluzione  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = 6 \sin(x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

---