
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECMLT, \diamond AUTLT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 4. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \exp\left(\frac{1}{49 \log x}\right)$$

dove $\exp(x) = e^x$.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$|e^{z^2 + \log 3}| = \left[2 + e^{2\pi i} - \frac{\operatorname{Im}(z)}{i} \right]^2.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{(n!)^2 - 13n} - n!)(n+1)!}{(n+1)^3 \log\left(\frac{n+3}{n+2}\right) + (n+3)^{1/n}}$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{e^{2x}}\right)}{\log(\cosh(3x))}$.

Risposta [punti 3]:

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 \log(x^2-4) - (x-2) & \text{se } |x| > 2 \\ x-2 & \text{se } |x| \leq 2 \end{cases}$$

Discutere la continuità e la derivabilità di f in $x = \pm 2$, classificando le eventuali discontinuità e non derivabilità. Infine stabilire se il punto $x = 2$ è un punto di massimo relativo o di minimo relativo per f , giustificando la risposta.

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare l'integrale definito $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + \sin(2x)}{4 + \sin^2 x} dx$

Risposta [punti 3]:

7. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha}{(1+x^3) \arctan(7x^2)} dx$$

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione $y : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + (\tan x)y = \cos x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
