

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 1 ed è pari all'opposto del coefficiente di  $x$  diminuito di 1.

### Fila 1

1.  $\text{dom } f = \mathbb{R}$ ,  $f$  non è pari né dispari;

$f$  è continua in  $x = 0$  poiché  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{\pi}{2} = f(0)$  ed è continua in tutti i punti  $x \neq 0$  in quanto composizione/somma di funzioni continue;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = \pi/2$  è asintoto orizzontale sinistro;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ ,  $y = -\pi/2$  è asintoto orizzontale destro;

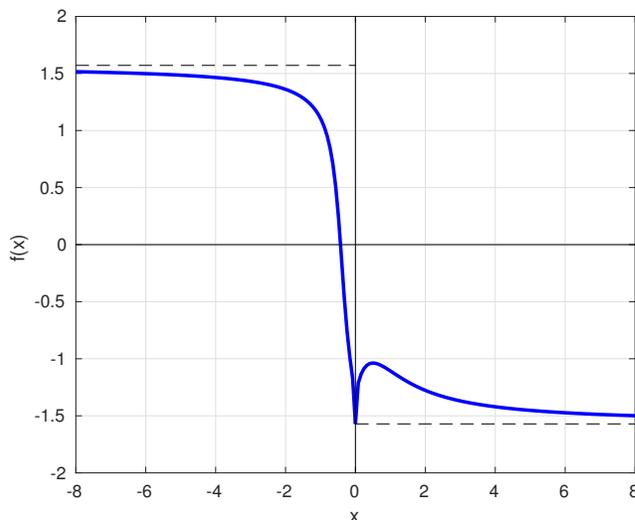
$f$  non ammette asintoti obliqui né verticali;

$$f'(x) = \frac{1}{1 + (\log|x| - 2x)^2} \left( \frac{1}{x} - 2 \right) \quad \text{dom } f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}, x = 0 \text{ è un punto di cuspidè};$$

$x = 1/2$  è punto stazionario;  $f$  è crescente in  $]0, 1/2[$  e decrescente in  $] -\infty, 0[ \cup ]1/2, +\infty[$ ;

il punto di cuspidè  $x = 0$  è punto di minimo assoluto, il punto  $x = 1/2$  è punto di massimo relativo,  $f$  non ammette punti di massimo assoluto;

Dalla presenza del punto di massimo relativo in  $x = 1/2$  e dell'asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$  si deduce la presenza un punto di flesso in  $]1/2, +\infty[$ ; non ci sono motivi per prevedere l'esistenza di altri punti di flesso.



2.  $A$  è la circonferenza di centro  $C = (0, 0)$  e raggio  $r = 1$ ;

3. il limite vale  $\ell = 2/5$ ;

4. la serie converge se  $\alpha = 1/7$ , diverge altrimenti;

5. il limite vale  $\ell = 4/3$ ;

6. La funzione è discontinua in  $x = 7$  per ogni valore di  $\alpha$ , in particolare: se  $\alpha > 2$ ,  $x = 7$  è un punto di infinito; se  $\alpha = 2$ ,  $x = 7$  è un punto di salto; se  $\alpha < 2$ ,  $x = 7$  è un punto di discontinuità eliminabile;
7. L'integrale vale  $\frac{2}{3}\sqrt{5} \arctan(\sqrt{5}) - \frac{1}{3} \log 6$ ;
8. La soluzione del problema di Cauchy è  $y(x) = \frac{5}{4}(e^{2x} - e^{-x}) - \frac{e^x}{4}(2x + 1)$

## Fila 2

1.  $\text{dom } f = \mathbb{R}$ ,  $f$  non è pari né dispari;  
 $f$  è continua in  $x = 0$  poiché  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{\pi}{2} = f(0)$  ed è continua in tutti i punti  $x \neq 0$  in quanto composizione/somma di funzioni continue;  
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = \pi/2$  è asintoto orizzontale sinistro;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ ,  $y = -\pi/2$  è asintoto orizzontale destro;  
 $f$  non ammette asintoti obliqui né verticali;  

$$f'(x) = \frac{1}{1 + (\log|x| - 3x)^2} \left( \frac{1}{x} - 3 \right) \quad \text{dom } f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}, x = 0 \text{ è un punto di cuspidè};$$
 $x = 1/3$  è punto stazionario;  $f$  è crescente in  $]0, 1/3[$  e decrescente in  $] -\infty, 0[ \cup ]1/3, +\infty[$ ;  
il punto di cuspidè  $x = 0$  è punto di minimo assoluto, il punto  $x = 1/3$  è punto di massimo relativo,  $f$  non ammette punti di massimo assoluto;  
Dalla presenza del punto di massimo relativo in  $x = 1/3$  e dell'asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$  si deduce la presenza un punto di flesso in  $]1/3, +\infty[$ ; non ci sono motivi per prevedere l'esistenza di altri punti di flesso.
2.  $A$  è la circonferenza di centro  $C = (0, 0)$  e raggio  $r = 2$ ;
3. il limite vale  $\ell = 2/5$ ;
4. la serie converge se  $\alpha = 1/6$ , diverge altrimenti;
5. il limite vale  $\ell = 7/3$ ;
6. La funzione è discontinua in  $x = 6$  per ogni valore di  $\alpha$ , in particolare: se  $\alpha > 3$ ,  $x = 6$  è un punto di infinito; se  $\alpha = 3$ ,  $x = 6$  è un punto di salto; se  $\alpha < 3$ ,  $x = 6$  è un punto di discontinuità eliminabile;
7. L'integrale vale  $\frac{2}{3}\sqrt{8} \arctan(\sqrt{8}) - \frac{1}{3} \log 9$ ;
8. La soluzione del problema di Cauchy è  $y(x) = \frac{9}{4}(e^{2x} - e^{-x}) - \frac{e^x}{4}(2x + 1)$

## Fila 3

1.  $\text{dom } f = \mathbb{R}$ ,  $f$  non è pari né dispari;  
 $f$  è continua in  $x = 0$  poiché  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{\pi}{2} = f(0)$  ed è continua in tutti i punti  $x \neq 0$  in quanto composizione/somma di funzioni continue;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = \pi/2$  è asintoto orizzontale sinistro;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ ,  $y = -\pi/2$  è asintoto orizzontale destro;  
 $f$  non ammette asintoti obliqui né verticali;

$$f'(x) = \frac{1}{1 + (\log|x| - 4x)^2} \left( \frac{1}{x} - 4 \right) \quad \text{dom } f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}, x = 0 \text{ è un punto di cuspidi};$$

$x = 1/4$  è punto stazionario;  $f$  è crescente in  $]0, 1/4[$  e decrescente in  $] - \infty, 0[ \cup ]1/4, +\infty[$ ;  
 il punto di cuspidi  $x = 0$  è punto di minimo assoluto, il punto  $x = 1/4$  è punto di massimo relativo,  $f$  non ammette punti di massimo assoluto;

Dalla presenza del punto di massimo relativo in  $x = 1/4$  e dell'asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$  si deduce la presenza un punto di flesso in  $]1/4, +\infty[$ ; non ci sono motivi per prevedere l'esistenza di altri punti di flesso.

2.  $A$  è la circonferenza di centro  $C = (0, 0)$  e raggio  $r = 3$ ;
3. il limite vale  $\ell = 2/5$ ;
4. la serie converge se  $\alpha = 1/5$ , diverge altrimenti;
5. il limite vale  $\ell = 10/3$ ;
6. La funzione è discontinua in  $x = 5$  per ogni valore di  $\alpha$ , in particolare: se  $\alpha > 4$ ,  $x = 5$  è un punto di infinito; se  $\alpha = 4$ ,  $x = 5$  è un punto di salto; se  $\alpha < 4$ ,  $x = 5$  è un punto di discontinuità eliminabile;
7. L'integrale vale  $\frac{2}{3}\sqrt{11} \arctan(\sqrt{11}) - \frac{1}{3} \log 12$ ;
8. La soluzione del problema di Cauchy è  $y(x) = \frac{13}{4}(e^{2x} - e^{-x}) - \frac{e^x}{4}(2x + 1)$

#### Fila 4

1.  $\text{dom } f = \mathbb{R}$ ,  $f$  non è pari né dispari;

$f$  è continua in  $x = 0$  poiché  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{\pi}{2} = f(0)$  ed è continua in tutti i punti  $x \neq 0$  in quanto composizione/somma di funzioni continue;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = \pi/2$  è asintoto orizzontale sinistro;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ ,  $y = -\pi/2$  è asintoto orizzontale destro;  
 $f$  non ammette asintoti obliqui né verticali;

$$f'(x) = \frac{1}{1 + (\log|x| - 5x)^2} \left( \frac{1}{x} - 5 \right) \quad \text{dom } f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}, x = 0 \text{ è un punto di cuspidi};$$

$x = 1/5$  è punto stazionario;  $f$  è crescente in  $]0, 1/5[$  e decrescente in  $] - \infty, 0[ \cup ]1/5, +\infty[$ ;  
 il punto di cuspidi  $x = 0$  è punto di minimo assoluto, il punto  $x = 1/5$  è punto di massimo relativo,  $f$  non ammette punti di massimo assoluto;

Dalla presenza del punto di massimo relativo in  $x = 1/5$  e dell'asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$  si deduce la presenza un punto di flesso in  $]1/5, +\infty[$ ; non ci sono motivi per prevedere l'esistenza di altri punti di flesso.

2.  $A$  è la circonferenza di centro  $C = (0, 0)$  e raggio  $r = 4$ ;
3. il limite vale  $\ell = 2/5$ ;

4. la serie converge se  $\alpha = 1/4$ , diverge altrimenti;
  5. il limite vale  $\ell = 13/3$ ;
  6. La funzione è discontinua in  $x = 4$  per ogni valore di  $\alpha$ , in particolare: se  $\alpha > 5$ ,  $x = 4$  è un punto di infinito; se  $\alpha = 5$ ,  $x = 4$  è un punto di salto; se  $\alpha < 5$ ,  $x = 4$  è un punto di discontinuità eliminabile;
  7. L'integrale vale  $\frac{2}{3}\sqrt{14} \arctan(\sqrt{14}) - \frac{1}{3} \log 15$ ;
  8. La soluzione del problema di Cauchy è  $y(x) = \frac{17}{4}(e^{2x} - e^{-x}) - \frac{e^x}{4}(2x + 1)$
- 

### Fila 5

1.  $\text{dom } f = \mathbb{R}$ ,  $f$  non è pari né dispari;  
 $f$  è continua in  $x = 0$  poiché  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{\pi}{2} = f(0)$  ed è continua in tutti i punti  $x \neq 0$  in quanto composizione/somma di funzioni continue;  
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = \pi/2$  è asintoto orizzontale sinistro;  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ ,  $y = -\pi/2$  è asintoto orizzontale destro;  
 $f$  non ammette asintoti obliqui né verticali;  
 $f'(x) = \frac{1}{1 + (\log|x| - 6x)^2} \left( \frac{1}{x} - 6 \right)$   $\text{dom } f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ,  $x = 0$  è un punto di cuspidità;  
 $x = 1/6$  è punto stazionario;  $f$  è crescente in  $]0, 1/6[$  e decrescente in  $] - \infty, 0[ \cup ]1/6, +\infty[$ ;  
il punto di cuspidità  $x = 0$  è punto di minimo assoluto, il punto  $x = 1/6$  è punto di massimo relativo,  $f$  non ammette punti di massimo assoluto;  
Dalla presenza del punto di massimo relativo in  $x = 1/6$  e dell'asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$  si deduce la presenza un punto di flesso in  $]1/6, +\infty[$ ; non ci sono motivi per prevedere l'esistenza di altri punti di flesso.
  2.  $A$  è la circonferenza di centro  $C = (0, 0)$  e raggio  $r = 5$ ;
  3. il limite vale  $\ell = 2/5$ ;
  4. la serie converge se  $\alpha = 1/3$ , diverge altrimenti;
  5. il limite vale  $\ell = 16/3$ ;
  6. La funzione è discontinua in  $x = 3$  per ogni valore di  $\alpha$ , in particolare: se  $\alpha > 6$ ,  $x = 3$  è un punto di infinito; se  $\alpha = 6$ ,  $x = 3$  è un punto di salto; se  $\alpha < 6$ ,  $x = 3$  è un punto di discontinuità eliminabile;
  7. L'integrale vale  $\frac{2}{3}\sqrt{17} \arctan(\sqrt{17}) - \frac{1}{3} \log 18$ ;
  8. La soluzione del problema di Cauchy è  $y(x) = \frac{21}{4}(e^{2x} - e^{-x}) - \frac{e^x}{4}(2x + 1)$
- 

### Fila 6

1.  $\text{dom } f = \mathbb{R}$ ,  $f$  non è pari né dispari;

$f$  è continua in  $x = 0$  poiché  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{\pi}{2} = f(0)$  ed è continua in tutti i punti  $x \neq 0$  in quanto composizione/somma di funzioni continue;

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$ ,  $y = \pi/2$  è asintoto orizzontale sinistro;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\frac{\pi}{2}$ ,  $y = -\pi/2$  è asintoto orizzontale destro;

$f$  non ammette asintoti obliqui né verticali;

$$f'(x) = \frac{1}{1 + (\log|x| - 7x)^2} \left( \frac{1}{x} - 7 \right) \quad \text{dom } f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}, x = 0 \text{ è un punto di cuspidè};$$

$x = 1/7$  è punto stazionario;  $f$  è crescente in  $]0, 1/7[$  e decrescente in  $] -\infty, 0[ \cup ]1/7, +\infty[$ ;

il punto di cuspidè  $x = 0$  è punto di minimo assoluto, il punto  $x = 1/7$  è punto di massimo relativo,  $f$  non ammette punti di massimo assoluto;

Dalla presenza del punto di massimo relativo in  $x = 1/7$  e dell'asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$  si deduce la presenza un punto di flesso in  $]1/7, +\infty[$ ; non ci sono motivi per prevedere l'esistenza di altri punti di flesso.

2.  $A$  è la circonferenza di centro  $C = (0, 0)$  e raggio  $r = 6$ ;

3. il limite vale  $\ell = 2/5$ ;

4. la serie converge se  $\alpha = 1/2$ , diverge altrimenti;

5. il limite vale  $\ell = 19/3$ ;

6. La funzione è discontinua in  $x = 2$  per ogni valore di  $\alpha$ , in particolare: se  $\alpha > 7$ ,  $x = 2$  è un punto di infinito; se  $\alpha = 7$ ,  $x = 2$  è un punto di salto; se  $\alpha < 7$ ,  $x = 2$  è un punto di discontinuità eliminabile;

7. L'integrale vale  $\frac{2}{3}\sqrt{20} \arctan(\sqrt{20}) - \frac{1}{3} \log 21$ ;

8. La soluzione del problema di Cauchy è  $y(x) = \frac{25}{4}(e^{2x} - e^{-x}) - \frac{e^x}{4}(2x + 1)$
-