Analisi Matematica 1 — 3 settembre 2018

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 2 ed è il coefficiente di i nel termine sinistro dell'equazione.

Fila 1

1. sciogliendo il modulo e sfruttando il fatto che la funzione sin è dispari, f diventa:

$$f(x) = \begin{cases} -7\sin(\pi x) & x < 0 \\ 2\log(2x^2+1) & x \geq 0; \end{cases}$$

dom $f = \mathbb{R}$, f non è pari né dispari;

non esiste $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, f non ammette asintoti orizzontali, né obliqui, né verticali;

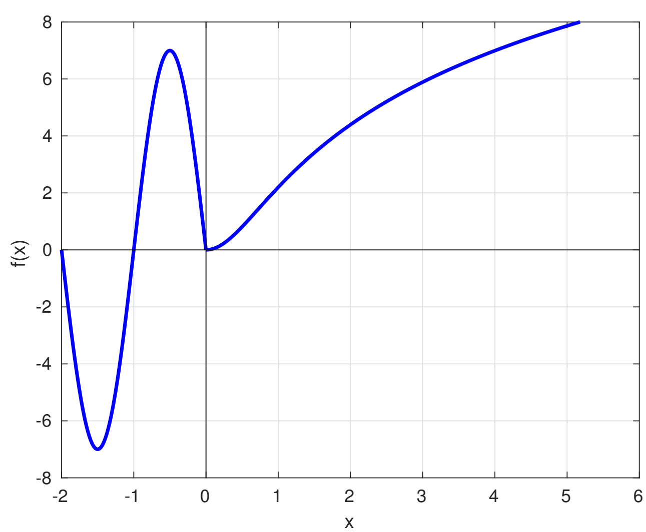
$$f'(x) = \begin{cases} -7\pi\cos(\pi x) & x < 0 \\ \frac{8x}{2x^2+1} & x > 0; \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = -\pi 7$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = 0$, quindi $x = 0$ dom$f' = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ e $x = 0$ è punto angoloso;

$x = -1/2$ e $x = -3/2$ sono punti stazionari per f; f è crescente in $]-3/2, 1/2[\cup]0, +\infty[$ e decrescente in $]-2, -3/2[\cup]-1/2, 0[$;
il punto angoloso $x = 0$ è punto di minimo relativo, $x = -1/2$ è punto di massimo relativo, $x = -3/2$ è punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente;

$$f''(x) = \begin{cases} 7\pi^2\sin(\pi x) & x < 0 \\ 4\frac{1-2x^2}{(2x^2+1)^2} & x > 0; \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = \sqrt{2}/2$ sono punti di flesso, f è convessa in $]-2, -1[\cup]0, \sqrt{2}/2[$ e concava in $]-1, 0[\cup]\sqrt{2}/2, +\infty[$.



2. Il luogo geometrico è l'ellisse di equazione $4x^2 + 6y^2 = 2$;

3. il limite vale $3e^2$;

4. La serie converge per $\alpha > 7/2$;

5. il limite vale $\ell = 1/6$;

6. In $x = 2$ la funzione è continua per ogni valore di $\alpha > 0$ e presenta un punto di salto se $\alpha \leq 0$;

7. L'integrale vale $\log 4 + \frac{4}{\sqrt{3}} \arctan \sqrt{3}$.

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{x}{4}\right) \sin(2x)$.

Fila 2

1. sciogliendo il modulo e sfruttando il fatto che la funzione sin è dispari, f diventa:

$$f(x) = \begin{cases} -6\sin(\pi x) & x < 0 \\ 3\log(2x^2 + 1) & x \geq 0; \end{cases}$$

dom $f = \mathbb{R}$, f non è pari né dispari;

non esiste $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, f non ammette asintoti orizzontali, né obliqui, né verticali;

$$f'(x) = \begin{cases} -6\pi\cos(\pi x) & x < 0 \\ \frac{12x}{2x^2+1} & x > 0; \end{cases}$$

$\lim_{x\to0^-} f'(x) = -\pi 6$, $\lim_{x\to0^+} f'(x) = 0$, quindi $x = 0$ dom$f' = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e $x = 0$ è punto angoloso;

$x = -1/2$ e $x = -3/2$ sono punti stazionari per f; f è crescente in $]-3/2, 1/2[\cup]0, +\infty[$ e decrescente in $]-2, -3/2[\cup]-1/2, 0[$;
il punto angoloso $x = 0$ è punto di minimo relativo, $x = -1/2$ è punto di massimo relativo, $x = -3/2$ è punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente;

$$f''(x) = \begin{cases} 6\pi^2\sin(\pi x) & x < 0 \\ 6\frac{1-2x^2}{(2x^2+1)^2} & x > 0; \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = \sqrt{2}/2$ sono punti di flesso, f è convessa in $]-2, -1[\cup]0, \sqrt{2}/2[$ e concava in $]-1, 0[\cup]\sqrt{2}/2, +\infty[$.

2. Il luogo geometrico è l'ellisse di equazione $12x^2 + 14y^2 = 3$;

3. il limite vale $5e^3$;

4. La serie converge per $\alpha > 11/2$;

5. il limite vale $\ell = 1/12$;

6. In $x = 3$ la funzione è continua per ogni valore di $\alpha > 0$ e presenta un punto di salto se $\alpha \leq 0$;

7. L'integrale vale $\log 4 + \frac{6}{\sqrt{3}} \arctan \sqrt{3}$.

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{x}{4}\right) \sin(2x)$.

Fila 3

1. sciogliendo il modulo e sfruttando il fatto che la funzione sin è dispari, f diventa:

$$f(x) = \begin{cases} -5\sin(\pi x) & x < 0 \\ 4\log(2x^2+1) & x \geq 0; \end{cases}$$

dom $f = \mathbb{R}$, f non è pari né dispari;

non esiste $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, f non ammette asintoti orizzontali, né obliqui, né verticali;

$$f'(x) = \begin{cases} -5\pi\cos(\pi x) & x < 0 \\ \frac{16x}{2x^2+1} & x > 0; \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = -\pi 5$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = 0$, quindi $x = 0$ dom$f' = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ e $x = 0$ è punto angoloso;

$x = -1/2$ e $x = -3/2$ sono punti stazionari per f; f è crescente in $]-3/2, 1/2[\cup]0, +\infty[$ e decrescente in $]-2, -3/2[\cup]-1/2, 0[$;
il punto angoloso $x = 0$ è punto di minimo relativo, $x = -1/2$ è punto di massimo relativo, $x = -3/2$ è punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente;

$$f''(x) = \begin{cases} 5\pi^2\sin(\pi x) & x < 0 \\ 8\frac{1-2x^2}{(2x^2+1)^2} & x > 0; \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = \sqrt{2}/2$ sono punti di flesso, f è convessa in $]-2, -1[\cup]0, \sqrt{2}/2[$ e concava in $]-1, 0[\cup]\sqrt{2}/2, +\infty[$.

2. Il luogo geometrico è l'ellisse di equazione $24x^2 + 26y^2 = 4$;

3. il limite vale $7e^4$;

4. La serie converge per $\alpha > 15/2$;

5. il limite vale $\ell = 1/18$;

6. In $x = 4$ la funzione è continua per ogni valore di $\alpha > 0$ e presenta un punto di salto se $\alpha \leq 0$;

7. L'integrale vale $\log 4 + \frac{8}{\sqrt{3}} \arctan \sqrt{3}$.

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \left(\dfrac{5}{2} + \dfrac{x}{4}\right) \sin(2x)$.

Fila 4

1. sciogliendo il modulo e sfruttando il fatto che la funzione sin è dispari, f diventa:

$$f(x) = \begin{cases} -4\sin(\pi x) & x < 0 \\ 5\log(2x^2+1) & x \geq 0; \end{cases}$$

dom $f = \mathbb{R}$, f non è pari né dispari;

non esiste $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, f non ammette asintoti orizzontali, né obliqui, né verticali;

$$f'(x) = \begin{cases} -4\pi\cos(\pi x) & x < 0 \\ \frac{20x}{2x^2+1} & x > 0; \end{cases}$$

$\lim_{x\to0^-} f'(x) = -\pi 4$, $\lim_{x\to0^+} f'(x) = 0$, quindi $x = 0$ dom$f' = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ e $x = 0$ è punto angoloso;

$x = -1/2$ e $x = -3/2$ sono punti stazionari per f; f è crescente in $]-3/2, 1/2[\cup]0, +\infty[$ e decrescente in $]-2, -3/2[\cup]-1/2, 0[$;
il punto angoloso $x = 0$ è punto di minimo relativo, $x = -1/2$ è punto di massimo relativo, $x = -3/2$ è punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente;

$$f''(x) = \begin{cases} 4\pi^2\sin(\pi x) & x < 0 \\ 10\frac{1-2x^2}{(2x^2+1)^2} & x > 0; \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = \sqrt{2}/2$ sono punti di flesso, f è convessa in $]-2, -1[\cup]0, \sqrt{2}/2[$ e concava in $]-1, 0[\cup]\sqrt{2}/2, +\infty[$.

2. Il luogo geometrico è l'ellisse di equazione $40x^2 + 42y^2 = 5$;

3. il limite vale $9e^5$;

4. La serie converge per $\alpha > 19/2$;

5. il limite vale $\ell = 1/24$;

6. In $x = 5$ la funzione è continua per ogni valore di $\alpha > 0$ e presenta un punto di salto se $\alpha \leq 0$;

7. L'integrale vale $\log 4 + \frac{10}{\sqrt{3}} \arctan\sqrt{3}$.

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \left(\frac{7}{2} + \frac{x}{4}\right)\sin(2x)$.

Fila 5

1. sciogliendo il modulo e sfruttando il fatto che la funzione sin è dispari, f diventa:

$$f(x) = \begin{cases} -3\sin(\pi x) & x < 0 \\ 6\log(2x^2+1) & x \geq 0; \end{cases}$$

dom $f = \mathbb{R}$, f non è pari né dispari;

non esiste $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, f non ammette asintoti orizzontali, né obliqui, né verticali;

$$f'(x) = \begin{cases} -3\pi\cos(\pi x) & x < 0 \\ \frac{24x}{2x^2+1} & x > 0; \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = -\pi 3$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = 0$, quindi $x = 0$ dom$f' = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ e $x = 0$ è punto angoloso;

$x = -1/2$ e $x = -3/2$ sono punti stazionari per f; f è crescente in $]-3/2, 1/2[\cup]0, +\infty[$ e decrescente in $]-2, -3/2[\cup]-1/2, 0[$;

il punto angoloso $x = 0$ è punto di minimo relativo, $x = -1/2$ è punto di massimo relativo, $x = -3/2$ è punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente;

$$f''(x) = \begin{cases} 3\pi^2\sin(\pi x) & x < 0 \\ 12\frac{1-2x^2}{(2x^2+1)^2} & x > 0; \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = \sqrt{2}/2$ sono punti di flesso, f è convessa in $]-2, -1[\cup]0, \sqrt{2}/2[$ e concava in $]-1, 0[\cup]\sqrt{2}/2, +\infty[$.

2. Il luogo geometrico è l'ellisse di equazione $60x^2 + 62y^2 = 6$;

3. il limite vale $11e^6$;

4. La serie converge per $\alpha > 23/2$;

5. il limite vale $\ell = 1/30$;

6. In $x = 6$ la funzione è continua per ogni valore di $\alpha > 0$ e presenta un punto di salto se $\alpha \le 0$;

7. L'integrale vale $\log 4 + \frac{12}{\sqrt{3}}\arctan\sqrt{3}$.

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \left(\frac{9}{2} + \frac{x}{4}\right)\sin(2x)$.

Fila 6

1. sciogliendo il modulo e sfruttando il fatto che la funzione sin è dispari, f diventa:

$$f(x) = \begin{cases} -2\sin(\pi x) & x < 0 \\ 7\log(2x^2+1) & x \ge 0; \end{cases}$$

dom $f = \mathbb{R}$, f non è pari né dispari;

non esiste $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, f non ammette asintoti orizzontali, né obliqui, né verticali;

$$f'(x) = \begin{cases} -2\pi\cos(\pi x) & x < 0 \\ \frac{28x}{2x^2+1} & x > 0; \end{cases}$$

$\lim_{x\to 0^-} f'(x) = -\pi 2$, $\lim_{x\to 0^+} f'(x) = 0$, quindi $x = 0$ dom$f' = \mathbb{R}\setminus\{0\}$ e $x = 0$ è punto angoloso;

$x = -1/2$ e $x = -3/2$ sono punti stazionari per f; f è crescente in $]-3/2, 1/2[\cup]0, +\infty[$ e decrescente in $]-2, -3/2[\cup]-1/2, 0[$;

il punto angoloso $x = 0$ è punto di minimo relativo, $x = -1/2$ è punto di massimo relativo, $x = -3/2$ è punto di minimo assoluto; f è illimitata superiormente;

$$f''(x) = \begin{cases} 2\pi^2 \sin(\pi x) & x < 0 \\ 14\frac{1-2x^2}{(2x^2+1)^2} & x > 0; \end{cases}$$

$x = -1$ e $x = \sqrt{2}/2$ sono punti di flesso, f è convessa in $]-2,-1[\cup]0,\sqrt{2}/2[$ e concava in $]-1,0[\cup]\sqrt{2}/2,+\infty[$.

2. Il luogo geometrico è l'ellisse di equazione $84x^2 + 86y^2 = 7$;

3. il limite vale $13e^7$;

4. La serie converge per $\alpha > 27/2$;

5. il limite vale $\ell = 1/36$;

6. In $x = 7$ la funzione è continua per ogni valore di $\alpha > 0$ e presenta un punto di salto se $\alpha \leq 0$;

7. L'integrale vale $\log 4 + \frac{14}{\sqrt{3}} \arctan \sqrt{3}$.

8. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \left(\frac{11}{2} + \frac{x}{4}\right) \sin(2x)$.
