
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 4. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x|}{x-2}\right)$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\operatorname{Re}(|z|^2 - 2i\bar{z}) + (z - i)^2 = 3$$

Risposta [punti 2.5]:

3. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[\log((n+1)^n) + \sin(n!)] [\tan(\frac{1}{n}) - \frac{1}{n}]}{(n + e^{-n})^2 [\sqrt{n^{2\alpha} + 7} - n^\alpha]}$ al variare di $\alpha > 0$.

Risposta [punti 3]:

4. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, il carattere della serie $\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{7^n}{\alpha^n + 7^n} \right)^n$

Risposta [punti 3.5]:

5. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{x^2 \log(1+1/x) - x} - 1}{3 - x^3 e^{-x}}$.

Risposta [punti 3]:

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (\log(e^x - 2))^{\alpha-1} & \text{se } x > \log 3 \\ 0 & \text{se } x = \log 3 \\ (\log(3) - x)^{\alpha-1} & \text{se } x < \log 3. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ discutere la continuità di f nel punto $x = \log 3$ e classificare eventuali discontinuità.

Risposta [punti 2]:

7. Calcolare la primitiva $F(x)$ di $f(x) = \frac{1}{x^2} \log\left(\frac{3}{4+x^2}\right)$ tale che $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$.

Risposta [punti 4]:

8. Determinare la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y = e^{2x}, \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = \frac{13}{4} \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
