

---

Cognome e nome .....Firma.....Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT

---

**Istruzioni**

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
  2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  4. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(\log|x| - 2x) & \text{se } x \neq 0, \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Discutere la continuità di  $f$  nel suo dominio.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2.5]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 1.5]:**

Senza calcolare la derivata seconda di  $f$ , discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

**Risposta [punti 1]:**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico  $A$  dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che  $\operatorname{Re} \left( \frac{|z| - 2i}{i|z| + 1} \right) + \frac{1}{2} = 0$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare il limite  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[e^{2n} - (\frac{1}{2})^n] [(n+1)! - n!]}{(n! - 7^n) [\sin \frac{1}{n} - \frac{1}{4} \sin \frac{4}{n}] \sqrt{n^8 e^{4n} + \sin(\frac{n}{7})}}$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Discutere, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{[7\alpha - \cos(\frac{1}{n})]^2}{(e^{1/n^2} - 1)(n+1)^3}$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \arctan(x)}{(e^{x/4} - 1 + \sinh(x^{10})) (\frac{1}{x} \log(1+x^3) + \cos(x) - 1)}$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Discutere la continuità di  $f(x) = \begin{cases} \frac{(e^{x-7} - 1)}{(x-7)^{\alpha-1}} & \text{se } x > 7 \\ 1 & \text{se } x = 7 \\ (7-x) \sin\left(\frac{1}{7-x}\right) & \text{se } x < 7 \end{cases}$

nel punto  $x = 7$  al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Calcolare l'integrale  $\int_0^{\sqrt[3]{5}} x^{1/2} \arctan x^{3/2} dx$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Determinare la soluzione  $y = y(x)$  del problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' - y' - 2y = xe^x \\ y(0) = -\frac{1}{4}, \quad y'(0) = 3 \end{cases}$

**Risposta [punti 3]:**

---