
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
 3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 4. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log |e^x - 3| - |x|.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z^2 - 4i\bar{z} + 6\operatorname{Im}z = -e^{11\pi i}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Sia $\alpha > 0$. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\alpha n)^n + \sin(\alpha e^n + n!)}{(3n)^{n+1} - \alpha n!}$

Risposta [punti 3]:

4. Discutere, al variare di $\beta \in [2, 4]$, la convergenza assoluta e semplice della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{(\beta - 3)^{2n+1}}{2n + 1}.$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2x} - \cos^2 x - 2x}{3(\log(1 + 3x) - \sin(3x))}$.

Risposta [punti 3]:

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2 \log |x + 1| & \text{se } x < -1 \\ 0 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ x^{\alpha-7} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ discutere la continuità di f e classificare eventuali discontinuità.

Risposta [punti 3]:

7. Calcolare l'integrale definito $\int_3^5 \frac{1}{(x-2)\sqrt{x-1}} dx$.

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{1+x^2} = x e^{x-\arctan x} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
