
Cognome e nome Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECMLT, \diamond AUTLT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
 3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 4. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 7 \sin\left(\frac{\pi}{2}(|x| - x)\right) + 2 \log(x(|x| + x) + 1).$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f (per $x \geq -2$), calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la derivata seconda di f , studiare concavità e convessità (per $x \geq -2$) e determinare i punti di flesso.

Risposta [punti 1.5]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2|z(2+i)|^2 = z^2 + \bar{z}^2 + 4$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left[\sqrt[3]{1 + \frac{3n!}{n^n}} - 1 \right] ((n+2)^n - e^n)}{\frac{1}{3}n! - n \sin(n+1)}$

Risposta [punti 3]:

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{7}{n} - \log \left(\frac{n+7}{n} \right) \right)^{\alpha-3}$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\left(\frac{\sin x}{x} - 1 + x^2 \right) \log(3x)}{e^{5x^2 \log x} - 1}$

Risposta [punti 3.5]:

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{[(x-2)^2]} & \text{se } x \leq 2 \\ 1 + (x-2)^{[(x-2)^\alpha]} & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ discutere la continuità di f in $x = 2$.

Risposta [punti 3]:

7. Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^2 \frac{2x+6}{x^2+2x+4} dx$

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \cos(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Risposta [punti 3.5]:
