
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 2. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 3. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 4. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{(e^{(x-1)} - 1)^2 + (x - 1)^2}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 3]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f . **[Suggerimento:** la funzione $g(t) = (e^t - 1)e^t + t$ si annulla solo in $t = 0$, è positiva per $t > 0$ e negativa per $t < 0$.]

Risposta [punti 1.5]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Calcolare le radici terze complesse del numero $w = \left(\frac{7+i}{1-i\sqrt{7}}\right)^{22}$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{1+n!} - \sqrt{n!})\sqrt{n!+7^n}}{n^3[\log(n^3+2) - \log(n^3+1)]}$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - e^{x/2} + \log\left(\sqrt{1 + \frac{\sin(x^2)}{x}}\right)}{\sin(3x) \arctan\left(\frac{x}{3}\right)}$

Risposta [punti 3]:

5. Sia $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} (2x - \pi) \left[\frac{1}{\cos(x)} + \cos\left(\frac{1}{2x - \pi}\right) \right] & \text{se } x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \frac{3}{2}\pi \\ -2 & \text{se } x = \frac{\pi}{2} \text{ o } x = \frac{3}{2}\pi \end{cases}$$

Discutere la continuità di f nei punti $x = \frac{\pi}{2}$ e $x = \frac{3}{2}\pi$ e classificare eventuali discontinuità.

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare l'integrale $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{8 + \cos^2(x)} dx$

Risposta [punti 3]:

7. Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, il carattere dell'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{x - \sin(x)}{x^{3\alpha}} dx$

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y' + 2\sin(x)y = 3e^{\cos(x)} \log(x) \\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
