

Cognome e nome Firma

Matricola Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log \left(1 + \frac{|\tan x|}{\tan^2 x + 2} \right)$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie. Verificare che f è periodica di periodo π .

Risposta [punti 2]:

Limitatamente all'intervallo $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio limitatamente all'intervallo $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

Limitatamente all'intervallo $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$, studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 3]:

In accordo con i risultati ottenuti, tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f ristretta all'intervallo $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$|e^{z^2}| + \operatorname{Im}(z^2 + \bar{z}^2) = |e^{7i|z|}|$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+1)!(n+2)^n \log(1 + \sin \frac{1}{n})}{n!(n^n + e^2 n^2)}$

Risposta [punti 2]:

4. Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(7-\alpha)^n}{\log(1+7^n)}$

converge assolutamente. Discutere la convergenza nel caso $\alpha = 8$.

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos^2(x\sqrt{2}))}{\sin x + 1 - e^x}$

Risposta [punti 3]:

6. Discutere la continuità della funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x) + \frac{e^{(x-3)^2} - 1}{x-3} & \text{se } x < 3 \\ 1 & \text{se } x = 3 \\ \arctan(x-3) \sin\left(\frac{1}{x-3}\right) & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

classificando eventuali punti di discontinuità.

Risposta [punti 2]:

7. Calcolare l'integrale definito $\int_{-1}^1 (|x^2 + 7x| + \arctan(x^3)) dx$

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare la soluzione $y(x)$ del problema

$$\begin{cases} y'' - 4y = (-3x^2 + 4x + 2)e^x \\ y(0) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} y(x) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
