Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea: ♢ INFLT, ♢ ETELT, ♢ AUTLT, ♢ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log(e^{|x|} - 1) + 2e^{-x} + 1\,.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.
Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{\mathrm{Re}(ze^{i\pi/4})[(z+3)\bar{z} + |z+3|^2]}{7z + 1 + i} = 0\,.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sqrt[3]{1+\frac{7}{n}}-1}{(n^2+\frac{\cos(n!)}{n})\cdot(\frac{1}{n}-\sin\frac{1}{n})}$

   Risposta [punti 2.5]:

---

4. Siano $\alpha > 0$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{\pi}{2} - \arctan\frac{1}{x-7}\right)^\alpha & \text{se } x > 7 \\ 0 & \text{se } x = 7 \\ \left(\frac{\pi}{2} + \arctan\frac{1}{x-7}\right)^\alpha & \text{se } x < 7. \end{cases}$$

   Al variare di $\alpha > 0$ discutere la derivabilità di f nel punto $x = 7$ e classificare il tipo di non derivabilità.

   Risposta [punti 3.5]:

---

5. Calcolare il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\log\left(\frac{1+x}{1+3x}\right)+2\sin x}{\cosh(3x)-\cos(3x)}$

   Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare l'integrale definito $\displaystyle\int_2^3 \frac{3x^2-3x+2}{(x-1)^2(x+1)}\,dx\,.$

   Risposta [punti 3]:

---

7. Discutere per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x^\beta(e^x-1)}{\sinh x+\sqrt[2]{x}}\,dx$ converge.

   Risposta [punti 3]:

---

8. Calcolare la soluzione $y(x)$ del problema

$$\begin{cases} y' + y = \sqrt{e^x+1} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

   Risposta [punti 3]:
