ANALISI MATEMATICA 1 — 1 settembre 2017 — FOGLIO A

Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea: ♢ INFLT, ♢ ETELT, ♢ AUTLT, ♢ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x - 2 + |x|}{e^{1/x}}\,.$$

Determinare il dominio di f (ed eventuali simmetrie).
Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 3]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1.5]:

Calcolare la derivata seconda di f, studiare concavità e convessità e determinare i punti di flesso.
Risposta [punti 3]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

---

2. Sia A il luogo dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} |z - i| \leq 3 \\ \mathrm{Re}\left(\dfrac{iz + 7\bar{z} + 1}{|z|^2 + 2}\right) \geq 0 \end{cases}$$

Calcolare l'area di A.

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare $$\lim_{n\to+\infty} \frac{[7\ (n+2)! - (n-1)!]\log\left(\frac{n+8}{n+7}\right)}{\left(\sqrt{n^2-7n}+2^{-n}\right)n!}$$

Risposta [punti 2]:

---

4. Discutere la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(n\log(e^n+1) - n^2\right)\ .$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Siano $\alpha \in]7,+\infty[$ e $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} x^{\alpha-7}\log x & \text{se } x>0 \\ \sqrt{-x} & \text{se } x\le 0. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in]7,+\infty[$ discutere la derivabilità di f nel punto $x=0$ e classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare $$\lim_{x\to 0} \frac{21(e^{\cos x-1} - e^{x^2})}{\log(1+21x) - 21\sin x + x^4}$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Stabilire se converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^x \arctan(e^x+1)}{(e^x+1)^2+1}\,dx$$

e, in caso affermativo, calcolarlo.

Risposta [punti 3]:

---

8. Determinare $\tilde{y}$ soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (1-x)\ \tan y \\ y(0) = \frac{\pi}{4}\,. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
